Pays : Burkina Faso	**Année :** 2016	**Épreuve :** Mathématiques, 2nd Tour
Examen : BAC, série D	**Durée :** 4 h	**Coefficient :** 05

EXERCICE 1 (4 *points*)

Les documents paléontologiques confirmant l'idée d'évolution sont nombreux. Parmi les mieux connus figurent les ossements fossiles des ancêtres du cheval actuel. Les longueurs du crâne et de la face pour une série d'animaux représentatifs de la lignée des ancêtres du cheval actuel sont consignées dans le tableau suivant :

Nom	**Longueur du crâne (x_i) en cm**	**Longueur de la face (y_i) en cm**
Eohippus	7,5	10,7
Mesohippus	11	12,8
Merychippus	14,5	18,5
Pliohippus	15,5	22,8
Cheval	21,5	31,2

1. Représenter le nuage de points associé à cette série (x_i, y_i) dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$. Unité graphique : 0,5 cm.

2. a) Un ajustement affine du nuage de points paraît-il possible ?

b) Déterminer les coordonnées des points moyens partiels G_1 et G_2 correspondant respectivement aux trois premiers points et aux deux derniers.

c) Donner l'équation de la droite (G_1G_2) sous la forme $y = ax + b$ où a et b sont des paramètres à déterminer. Tracer cette droite.

3. Estimer la longueur de la face d'un descendant du cheval qui aurait dans des millions d'années, une longueur de crâne de 23,2 cm.

EXERCICE 2 (4 *points*)

Le plan est rapporté à un repère orthonormal direct $(O, \vec{i}, \vec{j})$.
On considère la courbe paramétrée (Γ) définie par :

$$\begin{cases} x(t) = t + \ln(1-t) \\ y(t) = te^t \end{cases}, t \in]-\infty\,; 0]$$

1. a) Étudier le sens de variation des fonctions coordonnées x et y sur l'intervalle $]-\infty\,; 0]$.

b) Dresser un tableau de variation conjoint de x et y.

2. a) Déterminer les équations des tangentes à (Γ) aux points $M(0)$ et $M(-1)$, $M(t)$ étant le point de coordonnées $(x(t)\,; y(t))$.

b) L'unité étant 2 cm, tracer les tangentes précédentes et la courbe (Γ) dans le repère.

PROBLÈME (12 *points*)

<u>Partie A</u> (10 *points*)

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x(1 + e^{2-x})$. On note *(C)* sa courbe représentative dans un repère orthonormal $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$. Unité graphique : 2 cm.

1. Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $h(x) = 1 + (1 - x)\, e^{2-x}$

a) Étudier le sens de variation de h sur $\mathbb{R}$ (on ne demande pas les limites de h).

b) En déduire le signe de $h(x)$ sur $\mathbb{R}$.

2. **a)** Étudier les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$.

b) Calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{f(x)}{x}$ puis interpréter graphiquement le résultat obtenu.

c) Soit (Δ) la droite d'équation : $y = x$.

Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} [f(x) - x]$, puis interpréter graphiquement le résultat obtenu.

d) Préciser la position de *(C)* par rapport à la droite (Δ).

3. **a)** Déterminer $f'(x)$ puis étudier son signe.

b) En déduire le sens de variation de f puis dresser son tableau de variation.

c) Montrer que f réalise une bijection de $\mathbb{R}$ vers un intervalle J à déterminer.
On notera f^{-1} la bijection réciproque de f.

d) f^{-1} est-elle dérivable en 4 ? Dresser le tableau de variation de f^{-1}.

e) Construire (C) et (Δ) puis en déduire la courbe (Γ) de f^{-1} dans le même repère.

<u>Partie B</u> (2 *points*)

1. Calculer l'aire $A(\lambda)$ de la partie du plan limitée par (C), la droite (Δ) et les droites d'équations $x = 0$ et $x = \lambda$ où $\lambda \in \mathbb{R}_+^*$.

2. Calculer $\lim\limits_{\lambda \to +\infty} A(\lambda)$ puis interpréter géométriquement le résultat obtenu.

On donne : $e \approx 2{,}7$.