

Cette épreuve est constituée de 2 exercices et d'un problème que chaque candidat traitera obligatoirement.

Exercice 1

On s'est intéressé à l'évolution du nombre de visiteurs d'un site touristique sur 8 années. Les résultats de cette enquête sont consignés dans le tableau ci-dessous :

| | | | | | | | | |
|-------------------------|-----|-----|-----|-----|-----|------|------|------|
| Rang de l'année (X) | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| Nombre de visiteurs (Y) | 540 | 560 | 700 | 800 | 875 | 1120 | 1370 | 1500 |

- a) Représenter graphiquement le nuage de points de la série statistique (X, Y) ainsi définie. (1 cm pour une année en abscisses et 1 cm pour 200 visiteurs en ordonnées.)
b) Déterminer les coordonnées du point moyen G et représenter ce point.
2. On désigne par S_1 et S_2 les sous séries de la série (X, Y) suivantes :

S_1 :

| | | | | |
|-------------------------|-----|-----|-----|-----|
| Rang de l'année (X) | 1 | 2 | 3 | 4 |
| Nombre de visiteurs (Y) | 540 | 560 | 700 | 800 |

S_2 :

| | | | | |
|-------------------------|-----|------|------|------|
| Rang de l'année (X) | 5 | 6 | 7 | 8 |
| Nombre de visiteurs (Y) | 875 | 1120 | 1370 | 1500 |

- a) Calculer les coordonnées des points moyens G_1 et G_2 des sous séries S_1 et S_2 .
- b) Déterminer une équation cartésienne de la droite de Mayer (G_1G_2).
- c) Estimer alors à l'unité près par excès, le nombre de visiteurs de l'année de rang 10.

Exercice 2

Une urne contient 10 boules indiscernables au toucher. 4 boules sont rouges et le reste est noir.

1. On suppose qu'on tire simultanément 2 boules de l'urne. Calculer
 - a) La probabilité p_1 d'avoir une boule de chaque couleur.
 - b) La probabilité p_2 d'avoir exactement 2 boules rouges.
 - c) La probabilité p_3 d'avoir moins de 2 boules rouges.
2. On suppose maintenant qu'on tire une boule de l'urne, qu'on ne remet pas, puis on tire une seconde. Calculer :
 - a) La probabilité p_4 d'avoir une boule de chaque couleur.
 - b) La probabilité p_5 d'avoir une boule rouge au premier tirage.

Problème

Soit la fonction f définie dans \mathbb{R} par : $f(0) = 2$ et $f(x) = x \ln x + 2$ si $x \neq 0$.

On désigne par (\mathcal{C}_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. a) Calculer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.

b) Étudier la continuité de f à droite de 0.

2. a) Montrer que pour tout $x > 0$, la dérivée $f'(x) = 1 + \ln x$.

b) En déduire que pour tout $x > 0$, $f'(x) > 0 \Leftrightarrow x \in \left] \frac{1}{e}; +\infty[$.

3. Dresser le tableau de variation de f sur son ensemble de définition.

4. a) Calculer la limite de $\frac{f(x) - f(0)}{x}$ à droite 0.

b) Tracer la courbe (\mathcal{C}_f) de f en tenant compte du fait que (\mathcal{C}_f) admet un branche parabolique en + de direction l'axe des ordonnées (*prendre 1,5 cm comme unité sur les axes*).

5. Soit F la fonction définie sur l'intervalle $]0; +\infty[$ par : $F(x) = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{x^2 \ln x}{2} + 2x$.

a) Calculer la dérivée $F'(x)$.

b) Déterminer la primitive de f sur $]0; +\infty[$ qui s'annule en 1.