

Exercice 1

Partie A

1. Résoudre dans \mathbb{R}^3 par la méthode du pivot de Gauss le système ci-dessous :

$$\begin{cases} x - 2y + 3z = 13 \\ 2x - y - 3z = -4 \\ 3x + 2y - 4z = -8 \end{cases} .$$

2. Déduire de la question précédente, l'ensemble solution dans \mathbb{R}^3 du système suivant :

$$\begin{cases} \ln x - 2 \ln y + 3 \ln z = 13 \\ 2 \ln x - \ln y - 3 \ln z = -4 \\ 3 \ln x + 2 \ln y - 4 \ln z = -8 \end{cases} .$$

Partie B

Une urne contient 2 boules noires, 3 boules rouges et 4 boules vertes toutes indiscernables au toucher. On tire au hasard et simultanément 3 boules de l'urne.

Déterminer la probabilité de chacun des événements suivants :

1. A : « Les boules tirées sont de couleurs différentes. »
2. B : « Les boules tirées sont de la même couleur. »
3. C : « Parmi les boules tirées, il y a au moins une boule noire. »

Exercice 2

Le tableau suivant donne le chiffre d'affaires d'une entreprise, exprimé en millions de francs pendant huit années consécutives.

Numéro de l'année (x_i)	1	2	3	4	5	6	7	8
Chiffre d'affaires (y_i)	41	67	55	80	95	104	100	122

1. Représenter le nuage de points associé à cette série (x_i, y_i) dans le plan muni d'un repère orthogonal.
2. Utiliser la méthode de Mayer pour déterminer une équation d'une droite d'ajustement (D) du nuage, de la forme $y = ax + b$.
3. Tracer la droite (D) sur le graphique de la question 1.
4. Estimer le chiffre d'affaires de cette entreprise pour la douzième année.

Problème

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = (x+2)e^{-x}$ et (\mathcal{C}) est la courbe représentative de f dans un repère orthonormé du plan.

1. a) Donner l'ensemble de définition de f sous forme d'intervalle.
b) Montrer que lorsque x tend vers $-\infty$, $f(x)$ tend vers $-\infty$.
c) Montrer que lorsque x tend vers $+$, $f(x)$ tend vers 0.

Que peut-on conclure ?

2. a) On note f' la dérivée première de f .

Démontrer que : $f'(x) = (-x-1)e^{-x}$.

b) Étudier le signe de $f'(x)$ et dresser le tableau de variations de f .

3. Déterminer une équation cartésienne de la tangente (D) au point d'abscisse 0 de la courbe de (\mathcal{C}).

4. Déterminer les coordonnées des points d'intersection de (\mathcal{C}) avec les axes de coordonnées.

5. Tracer dans le même repère orthonormé la courbe (\mathcal{C}), la droite (D) et la droite (Δ) d'équation $y = 2$.

6. Résoudre graphiquement dans l'intervalle $[-1; +\infty[$:

a) l'équation $f(x) = 2$;

b) l'inéquation $f(x) > 2$;

c) l'inéquation $f(x) \leq 2$.

7. Soit F la fonction définie par : $F(x) = (-x-3)e^{-x}$.

a) Calculer $F'(x)$ et en déduire une primitive de f sur \mathbb{R} .

b) On donne : $g(x) = (x+2)e^{-x} + 2x$.

Déterminer la primitive de g sur \mathbb{R} qui prend la valeur de -2 en 0.