| | | |
|---|---|---|
| **Pays :** Cameroun | **Année :** 2016 | **Épreuve :** Mathématiques |
| **Examen :** BAC, séries D-TI | **Durée :** 4 h | **Coefficient :** 4 |

**EXERCICE 1 (4,5 *points*)**

Le tableau ci-dessous présente la taille *x* (en centimètres) et la pointure *y* de chaussures (en centimètres) de dix élèves choisis au hasard dans une classe de terminale D.

| *x* | 150 | 159 | 158 | 160 | 165 | 168 | 170 | 172 | 175 | 171 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *y* | 40 | 41 | 43 | 43 | 42 | 44 | 44 | 44,5 | 44,5 | 44 |

**1.** Calculer les coordonnées du point moyen G du nuage de points de cette série statistique.

**2.** **a)** En prenant la covariance de la série (*x* ; *y*) égale à 9,6 ; pour écart-types marginaux $\sigma_x$ et $\sigma_y$ respectivement égaux à 7,4 et 1,4 ; calculer le coefficient de corrélation linéaire de la série (*x* ; *y*).

**b)** Utiliser la méthode des moindres carrés pour donner une équation cartésienne de l'ajustement linéaire de *y* en *x*.

**c)** En déduire au centième près la pointure d'un élève de cette classe dont la taille est de 163 cm dans le cas où le comportement général est proche de celui de l'échantillon choisi.

**3.** **a)** On choisit au hasard et simultanément six élèves parmi les dix élèves sélectionnés. Calculer la probabilité d'avoir exactement trois élèves dont la pointure est d'au moins de 44 cm.

**b)** Calculer la probabilité de l'événement : « la taille est supérieure ou égale à 160 cm sachant que la pointure est inférieure ou égale à 44 cm », lorsqu'on choisit au hasard un élève parmi les dix.

**EXERCICE 2 (4,5 *points*)**

**1.** Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $4z^2 - 12z + 153 = 0$.

**2.** Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé $(O ; \vec{u}, \vec{v})$, d'unité graphique 1 cm. On considère les points A, B, C et P d'affixes respectives : $z_A = \frac{3}{2} + 6i$ ; $z_B = \frac{3}{2} - 6i$ ; $z_C = -3 - \frac{1}{4}i$ et $z_P = 3 + 2i$ et le vecteur $\vec{w}$ d'affixe $z_{\vec{w}} = -1 + \frac{5}{2}i$.

**a)** Déterminer l'affixe $z_Q$ du point Q, image du point B par la translation *t* de vecteur $\vec{w}$.

**b)** Déterminer l'affixe $z_R$ du point R, image du point P par l'homothétie *h* de centre C et de rapport $-\frac{1}{3}$.

**c)** Déterminer l'affixe $z_S$ du point S, image du point P par la rotation r de centre A et d'angle $-\frac{\pi}{2}$.

**3.** **a)** Démontrer que le quadrilatère PQRS est un parallélogramme.

**b)** Calculer $\frac{z_R - z_Q}{z_P - z_Q}$ et en déduire la nature précise du parallélogramme PQRS.

**c)** Justifier que les points P, Q, R et S appartiennent à un même cercle dont on précisera l'affixe du centre et du rayon.

**PROBLÈME (11 *points*)**

On considère la fonction numérique $f$ définie par : $f(x) = (x - 2)e^{x} + x$.

$(C_f)$ désigne la courbe représentative de $f$ dans un repère orthonormé du plan.

**1. a)** Donner la forme générale des solutions de l'équation différentielle : $y'' - 2y' + y = 0$.

**b)** Justifier que $f$ est une solution de l'équation différentielle : $y'' - 2y' + y = x - 2$.

**2.** Soit $g$ la fonction numérique définie par : $g(x) = (x - 1)e^{x} + 1$.

**a)** Étudier le sens de variation de $g$ sur $\mathbb{R}$.

**b)** En déduire que $g$ est positive sur $\mathbb{R}$.

**3. a)** Calculer les limites de $f$ en $-\infty$ et en $+\infty$.

**b)** Montrer que la droite $(\Delta)$ : $y = x$ est asymptote à $(C_f)$ en $-\infty$.

Étudier la branche infinie à $(C_f)$ en $+\infty$.

Étudier en fonction de $x$ la position de $(C_f)$ et de $(\Delta)$.

**4. a)** Soit $f'$ la dérivée de $f$.

Vérifier que pour tout réel $x$ on a : $f'(x) = g(x)$.

En déduire le sens de variation de $f$ sur $\mathbb{R}$.

**b)** Justifier que la fonction $f$ établit une bijection de $\mathbb{R}$ vers un intervalle à préciser.

**c)** Dresser les tableaux de variation de $f$ et de $f^{-1}$, bijection réciproque de $f$.

**5. a)** Donner une équation cartésienne de la tangente (T) à $(C_f)$ au point d'abscisse 0.

**b)** Construire $(C_f)$ et $(C_{f^{-1}})$ dans un même repère orthonormé (unité graphique : 1 cm).

**6.** D est le domaine du plan limité par la courbe $(C_f)$, la droite d'équation $y = x$ et les droites d'équations respectives $x = 0$ ; $x = 2$.

En utilisant une intégration par parties, calculer l'aire $\mathscr{A}$ du domaine D.