MINISTERE DES ENSEIGNEMENTS SECONDAIRES **OFFICE DU BACCALAUREAT DU CAMEROUN**	**Examen : Baccalauréat Session : 2019** **Série : D | TI** **Epreuve : Mathématiques** **Durée : 4h** **Coefficient : 4**

L'épreuve comporte deux exercices et un problème, le tout sur deux pages.
L'utilisation de la calculatrice et du matériel usuel de géométrie est autorisée.

Exercice 1 : 4 points

Un tireur s'entraîne sur une cible circulaire comportant trois zones délimitées par des cercles concentriques de rayons respectifs 10cm, 20cm et 30cm. On admet que le tireur atteint toujours la cible, et que la probabilité d'atteindre une zone est proportionnelle à son aire.

1) Faire le schéma de la cible à l'échelle 1/10. **0,5pt**

2) Soit p_1 la probabilité d'atteindre la zone de rayon 10cm ; p_2 et p_3 les probabilités d'atteindre les deux autres zones, avec $p_2 < p_3$.
a) Justifier que $p_1 + p_2 + p_3 = 1$. **0,25pt**
b) Montrer que $p_1 = \frac{1}{9}$. **0,75pt**
c) Déterminer les probabilités p_2 et p_3 d'atteindre les deux autres zones. **1,5pt**

3) On suppose que le tireur tire cinq fois de suite sur la cible de manière indépendante. Déterminer la probabilité d'atteindre :
a) Trois fois la zone de rayon 10cm. **0,5pt**
b) Au moins trois fois la zone de rayon 10cm. **0,5pt**

Exercice 2 : 5 points

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j})$ d'unité graphique 1cm.

1) Placer les points A, B et C d'affixes respectives $z_A = -11 + 4i$, $z_B = -3 - 4i$ et $z_C = 5 + 4i$. **0,75pt**

2) Calculer le module et un argument de $\frac{z_A - z_B}{z_C - z_B}$ et en déduire la nature du triangle ABC. **1pt**

3) Soit E l'image du point C par la rotation r de centre B et d'angle $\frac{\pi}{4}$. **1pt**
Montrer que $z_E = -3 + (8\sqrt{2} - 4)i$. Placer le point E dans le plan.

4) Soit D l'image de E par l'homothétie h de centre B et de rapport $\frac{\sqrt{2}}{2}$.
Vérifier que l'affixe de D est égale à $\overline{z_B}$, puis montrer que D est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC. Placer le point D. **1,25pt**

5) Déterminer et construire l'ensemble (Γ) des points M du plan tels que $\|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\| = 16$. **1pt**

PROBLEME 11 points

Ce problème comporte trois parties indépendantes A, B et C.

PARTIE A 2 points

On considère la suite numérique (U_n) définie par :

$$\begin{cases} U_0 = 0 \\ Pour\ tout\ n \in \mathbb{N},\ \ U_{n+1} = -e^{3U_n - 3} \end{cases}$$

1) Montrer par récurrence que pour tout entier naturel n, on a : **1pt**
$-1 \leq U_n \leq 0$.

2) En utilisant la calculatrice, donner les valeurs approchées à 10^{-3} près par défaut de U_1 et U_2. **1pt**

PARTIE B: 6 points

Soit f la fonction numérique définie pour tout réel x de l'intervalle $]0;1[$ par : f(x) = 1+xlnx. On note f' la fonction dérivée de f sur $]0;1[$, (C_f) la courbe représentative de f dans le repère orthonormé (O, $\vec{\imath}$, $\vec{\jmath}$) et (T) la droite d'équation $y = x$.

1) **a)** Justifier que la limite de f à droite en 0 est égale à 1. **0,25pt**
b) En utilisant le signe de xlnx sur $]0;1[$, montrer que pour tout $x \in]0;1[$, on a f(x)≤ 1. **0,5pt**

2) **a)** Déterminer f'(x) et dresser le tableau de variation de f. **0,5pt**
b) Vérifier que la droite (T) est tangente à la courbe (C_f) au point d'abscisse 1. **0,25pt**

3) On note g la fonction numérique définie par $g(x) = 1 + xlnx - x$
a) Etudier les variations de g sur $]0;1[$ et dresser le tableau de variation de g sur cet intervalle. **0,75pt**
b) En déduire les positions relatives de la courbe (C_f) et de la droite (T) **0,5pt**
c) Construire (C_f) et (T) dans (O ; $\vec{\imath}$; $\vec{\jmath}$) (Unités sur les axes : 2cm) **0,75 pt**

4) Soit le nombre α tel que $0 < \alpha < 1$. On pose $I(\alpha) = \int_{\alpha}^{1}(1 - f(x))dx$.
a) A l'aide d'une intégration par parties, montrer que : **0,75pt**
$I(\alpha) = \frac{\alpha^2}{2}ln\alpha + \frac{1}{4} - \frac{\alpha^2}{4}$
b) Déterminer la limite de $I(\alpha)$ lorsque α tend vers 0 à droite. **0,5pt**
c) Donner une interprétation graphique de la limite trouvée. **0,5pt**
d) A l'aide des résultats précédents, déterminer l'aire du domaine compris entre la courbe (C_f), la droite (T) et l'axe des ordonnées. **0,75pt**

PARTIE C 3 points

On considère les équations différentielles suivantes :
(E): $y' - 3y = -3x + 1$ (E'):$y' - 3y = 0$.

1) Déterminer un polynôme P du premier degré, solution de (E). **0,5pt**
2) Montrer qu'une fonction h est solution de (E) si et seulement si h -P est solution de (E'). **1pt**
3) Résoudre (E') et en déduire les solutions de (E). **1pt**
4) Déterminer la solution de (E) qui prend la valeur 2 en 1. **0,5pt**