

### EXERCICE 1

En 2014, la foire gastronomique d'une commune a enregistré 6 000 visiteurs. Une étude montre que chaque année, 80 % des visiteurs de l'année précédente reviennent tandis que 2 000 nouveaux visiteurs sont enregistrés. Pour prévoir ses besoins en équipements, la commune envisage de déterminer l'année à partir de laquelle le nombre de visiteurs dépassera 9 000.

On note  $u_0$  le nombre de visiteurs en 2014 et  $u_n$  le nombre de visiteurs en 2014 +  $n$ , ( $n \in \mathbb{N}$ ).

1. Justifie qu'en 2015 le nombre de visiteurs  $u_1$  est 6 800.
2. Calcule le nombre de visiteurs en 2016.
3. On admet que, pour tout entier naturel  $n$ ,  $u_{n+1} = (0,8) \times u_n + 2\,000$ .

On pose, pour tout entier naturel  $n$ ,  $v_n = u_n - 10\,000$ .

- a) Démontre que la suite  $(v_n)$  est une suite géométrique de raison 0,8 et de premier terme  $-4\,000$ .
  - b) Exprime, pour tout entier naturel  $n$ ,  $v_n$  en fonction de  $n$ .
  - c) Justifie que, pour tout entier naturel  $n$ ,  $u_n = 10\,000 - 4\,000 \times (0,8)^n$ .
4. a) Détermine le plus petit nombre entier naturel  $n$  pour lequel  $10\,000 - 4\,000 \times (0,8)^n > 9\,000$ .  
b) Détermine l'année à partir de laquelle le nombre de visiteurs dépassera 9 000.

## **EXERCICE 2**

Une association de jeunes d'un village a organisé en avril 2006, la première édition de la manifestation dénommée « le Beach ». Le Beach a lieu chaque année au même mois.

Le tableau ci-dessous donne le nombre de participants par année de 2006 à 2013.

Année	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013
Rang $x$ de l'année	1	2	3	4	5	6	7	8
Nombre $y$ de participants	160	240	280	320	400	480	560	640

On désigne par  $X$  le caractère « rang de l'année » et par  $Y$  le caractère « nombre de participants ».

1. Représente le nuage de points associé à la série statistique double  $(X, Y)$  dans le plan muni d'un repère orthonormé  $(O, I, J)$ . On prendra 1 cm pour une (1) année sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 100 participants sur l'axe des ordonnées.

2. a) Détermine les coordonnées du point moyen  $G$  de cette série.

b) Place le point  $G$  dans le repère  $(O, I, J)$ .

3. a) Justifie que la variance  $V(X)$  du caractère  $X$  est égale à 5,25.

b) Démontre que la covariance  $Cov(X, Y)$  de la série statistique est égale à 352,5.

c) On donne à la variance  $V(Y)$  du caractère  $Y$  la valeur 23 975.

d) Déduis-en qu'un ajustement linéaire par la méthode des moindres carrés est justifié.

4. Démontre qu'une équation de la droite de régression  $(D)$  de  $Y$  en  $X$  par la méthode des moindres carrés est :  $y = 67,14x + 82,87$ .

5. En admettant que cette évolution se poursuive, détermine l'année à partir de laquelle le nombre de participants dépassera 1 000.

### EXERCICE 3

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J). L'unité graphique est égale à 2 cm.

On donne la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = (-x + 2)e^x$ .

On désigne par (C) la courbe représentative de  $f$  dans le plan muni du repère (O, I, J).

1. a) Justifie que :  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ .

b) Interprète graphiquement le résultat de la question précédente.

2. Justifie que :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ .

3. On suppose que  $f$  est dérivable sur  $\mathbb{R}$ .

a) Démontre que, pour tout nombre réel  $x$ ,  $f'(x) = (-x + 1)e^x$ .

b) Vérifie que :  $f'(1) = 0$ .

c) Justifie que  $f$  est croissante sur  $]-\infty ; 1[$  et décroissante sur  $]1 ; +\infty[$ .

d) Dresse le tableau de variation de  $f$ .

4. a) Recopie puis complète le tableau ci-dessous.

$x$	-4	-3	-2	-1	0	1	2	2,5
Arrondi d'ordre 1 de $f(x)$	0,1		0,5			2,7		-6,1

b) Trace la courbe (C) sur l'intervalle  $[-4 ; 2,5]$ .

5. On considère la fonction  $F$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $F(x) = (-x + 3)e^x$ .

a) Justifie que, pour tout  $x$  de  $]-\infty ; 2]$ ,  $f(x) \geq 0$ .

b) Justifie que  $F$  est une primitive de  $f$  sur  $\mathbb{R}$ .

c) Calcule, en  $\text{cm}^2$ , l'aire de la partie du plan limitée par la courbe (C), la droite (OI) et les droites d'équations  $x = -2$  et  $x = 2$ .