

BACCALAURÉAT
SESSION 2018

Coefficient : 3
Durée : 3 h

MATHÉMATIQUES

SÉRIE A1

Cette épreuve comporte deux (02) pages numérotées 1/2 et 2/2.

Chaque candidat recevra une feuille de papier millimétré.

Tout modèle de calculatrice scientifique est autorisé.

Les tables trigonométriques, logarithmiques et les règles à calculs sont aussi autorisées.

EXERCICE 1

1. Vérifie que : $10^3 \times (-10^{-3}) = -1$ et $10^3 - 10^{-3} = 999,999$.
2. Justifie que : $(x + 10^3)(x - 10^{-3}) = x^2 + 999,999x - 1$.
3. Dédus de la question 2 que -10^3 et 10^{-3} sont les solutions dans \mathbb{R} de l'équation :
 $x^2 + 999,999x - 1 = 0$.
4. Résous dans \mathbb{R} , l'équation : $e^{2x} + 999,999e^x - 1 = 0$.

EXERCICE 2

La Commission de discipline d'un lycée a convoqué quatorze (14) élèves, témoins de perturbations de cours dans l'établissement. La Commission a été renseignée sur le fait que cinq (5) de ces témoins ont été complices des faits mais elle ignore leurs identités.

Dans le but d'identifier les complices, la Commission a auditionné un groupe de trois élèves pris au hasard parmi les 14.

Les probabilités seront données sous la forme de fractions ayant 182 au dénominateur.

1. Démontre qu'il y a 364 façons de composer ce groupe de trois (3) élèves.
2. On note A l'évènement : « Aucun élève du groupe choisi n'est complice ». Justifie que la probabilité de A est égale à $\frac{42}{182}$.
3. On note B l'évènement : « Parmi les élèves du groupe choisi figurent exactement deux complices ». Calcule la probabilité de B.
4. On note C l'évènement : « Au moins un élève du groupe choisi est complice ». Calcule la probabilité de C.
5. On note D l'évènement : « Tous les élèves du groupe choisi sont complices ». Démontre que la probabilité de D est égale à $\frac{5}{182}$.
6. On note E l'évènement : « Aucun élève du groupe choisi n'est complice ou bien ils sont tous complices ». Calcule la probabilité de E.
7. On désigne par X la variable aléatoire égale au nombre de complices figurant dans le groupe choisi.

On admet que les valeurs prises par X sont $0 ; 1 ; 2$ et 3 .

a) Établis la loi de probabilité de X .

(On présentera les résultats dans un tableau.)

b) Détermine l'espérance mathématique de X .

EXERCICE 3

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J) . L'unité graphique est : 2 cm.

On donne la fonction f définie sur $]0 ; +\infty[$ par : $f(x) = -x + 3 + \ln(x)$.

On désigne par :

- (C), la courbe représentative de f dans le plan muni du repère orthonormé (O, I, J) .
- (T), la tangente à (C) au point d'abscisse 2.

Partie A

1. a) Calcule $f(1)$

b) Calcule $f(4,50)$ et $f(4,51)$ et donne les résultats arrondis à l'ordre 3.

2. a) Justifie que : $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -\infty$.

>0

b) Donne une interprétation graphique du résultat obtenu.

3. On admettra que pour tout nombre réel strictement positif, $f(x) = x(-1 + \frac{3}{x} + \frac{\ln(x)}{x})$.

Calcule : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

Partie B

1. On admet que f est dérivable sur $]0 ; +\infty[$.

Vérifie que, pour tout nombre réel x strictement positif, $f'(x) = \frac{-x+1}{x}$.

2. a) Étudie les variations de f .

b) Dresse le tableau de variations de f .

3. Détermine une équation de (T).

4. Justifie que l'équation $f(x) = 0$, admet une solution unique dans l'intervalle $]4,50 ; 4,51[$.

On admet que l'équation $f(x) = 0$, admet une autre solution dans l'intervalle $]0,05 ; 0,06[$.

5. Construis la droite (T) et la Courbe (C) dans le repère orthonormé (O, I, J) .

Partie C

On considère la fonction F définie sur $]0 ; +\infty[$, par : $F(x) = -\frac{x^2}{2} + 2x + x \ln(x)$.

1. Justifie que F est une primitive de f sur $]0 ; +\infty[$.

2. Calcule en cm^2 , l'aire de la partie du plan limitée par la courbe (C), la droite (OI) et les droites d'équations $x = 1$ et $x = \frac{9}{2}$. Donne le résultat arrondi à l'ordre 2.