FASCICULE DE MATHEMATIQUES AJOUTE DE QUELQUES SUJETS DE B.F.E.M.

EDITION: 2013-2014

www.cem-abdoumardiop.edu.sn

PROGRAMME DE MATHEMATIQUES EN CLASSE DE 3EME

PARTIE I : ACTIVITÉS NUMÉRIQUES

Chapitre 1 : RACINE CARREE

Chapitre 2 : APPLICATIONS AFFINES ET APPLICATIONS AFFINES PAR INTERVALLES

Chapitre 3 : EQUATIONS ET INEQUATIONS A UNE INCONNUE

Chapitre 4 : ÉQUATIONS ET SYSTÈME D'ÉQUATIONS À DEUX INCONNUES

Chapitre 5 : INÉQUATIONS ET SYSTÈME D'INÉQUATIONS À DEUX INCONNUES

Chapitre 6 : STATISTIQUES

PARTIE 2 : ACTIVITES GEOMETRIQUES

Chapitre 1 : THÉORÈME DE THALÈS

Chapitre 2 : RELATIONS TRIGONOMÉTRIQUES DANS UN TRIANGLE RECTANGLE

Chapitre 3 : ANGLE INSCRIT

Chapitre 4 : VECTEURS

Chapitre 5 : TRANSFORMATIONS DU PLAN

Chapitre 6 : REPÉRAGE DANS LE PLAN

Chapitre 7 : GÉOMÉTRIE DANS L'ESPACE

Activités Numériques

CHAPITRE 1 : RACINE CARREE

Exercice 1 :

Ecrire sous la forme $a\sqrt{b}$ où a et b sont des nombres entiers, b étant le plus petit possible :

A = $\sqrt{50}$ **B** = $\sqrt{72}$ **C**= $\sqrt{50} + \sqrt{72}$

D = $2\sqrt{3} + \sqrt{75} - 6\sqrt{27}$ **E** = $2\sqrt{3} \times \sqrt{6}$ **F** = $\sqrt{8} \times \sqrt{50} \times \sqrt{18}$

Exercice 2 :

Ecrire les nombres suivants sous la forme $p + q\sqrt{7}$ où p et q sont des entiers relatifs :

A = $\sqrt{49} + \sqrt{28} + \sqrt{63}$ B = $(2\sqrt{7} + 1)^2 - (\sqrt{3} - 1)(\sqrt{3} + 1)$ C = $6\sqrt{28} + 10\sqrt{7} - 8\sqrt{63}$

Exercice 3 :

On considère les nombres D et E suivants : D = $(2\sqrt{3} + 1) \times (2\sqrt{3} - 1)$ et E = $8\sqrt{5} - \sqrt{20} - 2\sqrt{45}$.

En indiquant le détail des calculs, écrire D et E sous la forme de nombres entiers.

Exercice 4 :

1. Ecrire $\sqrt{5} \times \sqrt{125}$ sous la forme d'un nombre entier.

2. Ecrire $(\sqrt{5} \times \sqrt{125}) \times 2$ sous la forme $a\sqrt{5}$ où a est un entier.

Exercice 5 :

1. Ecrire A ; B et C sous la forme $a\sqrt{3}$ où a est un entier.

A = $\sqrt{12} + 5\sqrt{75} - 2\sqrt{27}$ B = $(5 + \sqrt{3})^2 - (2\sqrt{7})^2$ C = $\sqrt{12} - \sqrt{75} - 2\sqrt{27}$

2. On donne : E= $3\sqrt{5} - 2\sqrt{11}$ et F = $3\sqrt{5} + 2\sqrt{11}$ .Ecrire et calculer le produit des nombres E et F.

Exercice 6 :

On pose $A = \sqrt{48} + \sqrt{20}$ et $B = \sqrt{108} - \sqrt{45}$.

1. Montrer que :

a. A s'écrit sous la forme $a\sqrt{3} + b\sqrt{5}$

b. B s'écrit sous la forme $c\sqrt{3} + d\sqrt{5}$ où a, b, c, d sont des entiers relatifs.

2. Montrer que le produit AB est un nombre entier.

Exercice 7 :

On pose : $A = \sqrt{27} + 1$; $B = 2\sqrt{3} - 5$. Ecrire sous la forme $a\sqrt{3} + b$, où a et b sont deux entiers relatifs, les nombres suivants : **A - B** ; $\mathbf{A^2}$ et $\mathbf{B^2}$.

Exercice 8 :

On donne les nombres $D = 5 - 3\sqrt{2}$ et $E = 4 + 5\sqrt{2}$.

Calculer **D - E** ; **D × E**. Donner les résultats sous la forme $a + b\sqrt{2}$ où a et b sont des nombres entiers relatifs.

Exercice 9 :

1. Soit C = $\sqrt{500}+3\sqrt{5}-3\sqrt{45}$

Écrire C sous la forme $a\sqrt{b}$ où a et b sont des entiers, b étant le plus petit possible.

2. Soit D = (5 -2 $\sqrt{6}$)(5 +2 $\sqrt{6}$). Exprimer D sous forme d'un nombre entier.

Exercice 10 :

On pose $B=(5+\sqrt{3})(5-\sqrt{3})-8\sqrt{5}(\sqrt{5}-1)$. Ecrire B sous forme $a+b\sqrt{5}$ (avec a et b étant des nombres relatifs).

Exercice 11 :

On pose : $a=\sqrt{3}(1+\sqrt{6})$ et $b=3-\sqrt{6}$

1. Calculer a^2 ; b^2 et a^2+b^2

2. Montrer que a^2+b^2 est un nombre entier.

3. Si a et b sont les longueurs des côtés de l'angle droit dans un triangle rectangle, quelle est la longueur de l'hypoténuse ?

Exercice 12 :

Simplifier les expressions suivantes :

$\dfrac{\sqrt{8}+2\sqrt{32}}{5\sqrt{2}-\sqrt{50}}$ $\qquad$ $\sqrt{2-\sqrt{3}}\ \text{x}\ \sqrt{2+\sqrt{3}}$ $\qquad$ $\dfrac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}+\dfrac{2\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}+1}$

Exercice 13 :

On donne : a = $\dfrac{2-\sqrt{3}}{5+\sqrt{3}}$ $\quad$ b = $3\sqrt{18}+\sqrt{128}-\sqrt{338}$ $\quad$ c = $\sqrt{2}-3$

1. Rendre rationnel le dénominateur de a puis simplifier b.

3. Calculer c². En déduire que $p=\dfrac{6-\sqrt{8}}{3\sqrt{5-6\sqrt{2}}}$ est un rationnel que l'on déterminera

Exercice 14 :

Ecrire le plus simplement possible

$A=\dfrac{\sqrt{3-\sqrt{3}}\times\sqrt{3+\sqrt{3}}}{\sqrt{6}}$ $\qquad$ $B=\dfrac{-3(\sqrt{5}-\sqrt{2})}{\sqrt{45}-\sqrt{18}}$ $\qquad$ $C=\dfrac{(\sqrt{3}-\sqrt{27}+\sqrt{12})}{\sqrt{54}}$

$D=\dfrac{2-\sqrt{5}}{2+\sqrt{5}}-\dfrac{2+\sqrt{5}}{2-\sqrt{5}}$ $\qquad$ $E=2\sqrt{37-\sqrt{\dfrac{21}{25}+\dfrac{1}{25}\times\sqrt{6+\sqrt{103-2\sqrt{\dfrac{9}{4}}}}}}$

Exercice 15 :

Rendre rationnel le dénominateur de chacun des nombres suivants :

A = $\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ $\qquad$ B = $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}}$ $\qquad$ C = $\dfrac{1}{\sqrt{11}}-\dfrac{5}{\sqrt{8}}$

D = $\dfrac{2}{\sqrt{2}+5}$ $\qquad$ E = $\dfrac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{5}}$ $\qquad$ F = $\dfrac{\sqrt{7}+1}{3-\sqrt{2}}$

G = $\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}+2}$ $\qquad$ H = $\dfrac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{6}}$ $\qquad$ I = $\dfrac{1+\sqrt{2}}{5-3\sqrt{2}}$

Exercice 16 :

1- Compare les nombres réels suivants :

$\sqrt{5}$ et $2{,}3\sqrt{2}$ $\quad -\sqrt{7}$ et $2\sqrt{7}$ $\quad 5-\sqrt{2}$ et $3-\sqrt{2}$ $\quad 9$ et $4\sqrt{5}$

$3\sqrt{2}$ et $2\sqrt{3}$ $\quad 2\sqrt{7}$ et $-7\sqrt{2}$ $\quad \sqrt{-1+\sqrt{2}}$ et $\sqrt{1+\sqrt{2}}$

2- Ecrire les nombres ci-dessous sans le symbole de la valeur absolue.

$|9-4\sqrt{5}|$ $\quad |3\sqrt{2}-2\sqrt{3}|$ $\quad |-2\sqrt{7}-7\sqrt{2}|$ $\quad \left|\sqrt{-1+\sqrt{2}}-\sqrt{1+\sqrt{2}}\right|$

Exercice 18 :

On donne : $A=\sqrt{5}+3$ et $B=\sqrt{5}-3$

1- Calculer : A² ; B² et A x B et A/B

2- Simplifier $c = \frac{A}{B}+\frac{B}{A}$

Exercice 19 :

Soient les réels suivants : $a=\frac{\sqrt{7}-3}{\sqrt{2}}$ et $b=\frac{\sqrt{7}+3}{-\sqrt{2}}$

1-) Calculer le produit a x b. Que peut-on en déduire pour les réels a et b ?

2-) Calculer et comparer les réels a^2 et $\frac{a}{b}$

2. Peut-on prévoir ce résultat ?

Exercice 20 :

On donne : $A=\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ et $2{,}236 \angle \sqrt{5} \angle 2{,}237$

1- Ecrire l'inverse de a en rendant rationnel le dénominateur.

2- Comparer a et A² - 1

3- En déduire que A² = A+1

4- Donner un encadrement de l'inverse de A et un encadrement du carré de A par deux décimaux consécutifs d'ordre 2

CHAPITRE 2 : APPLICATIONS AFFINES ET APPLICATIONS AFFINES PAR INTERVALLES

Exercice 1 :

On donne $f(x)=2x-1$. Calculer $f(0)\,;f(\sqrt{2})\,;f(1/2)$

Exercice 2 :

1°) Déterminer l'application affine f telle que $f(1)=-1 \quad et \quad f(3)=1$

2°) Calculer l'antécédent de 3.

Exercice 3 :

Détermine les applications affines f, g et h telles que :

f (-1) = 1 et f (-3) = -1 ; g(0) = 4 et g(1) = - 3 ; h ($\frac{3}{2}$) = 2 et h (1) = 1

Exercice 4 :

F est l'application affine définie par : f (x) = - 2x + 1

1- Calcule l'image par f de 0 ; 1 ; - 7 ;

2- Calcule le nombre qui a pour image -3 ; 0 ; 2

Exercice 5 :

On considère les applications affines F et G telles que : F(x) = 2x – 1 et G(x)= - x + 5

1- Compléter le tableau suivant.

x	-1	2		2	
F(x)			0		3
G(x)					

2- Représente dans un même repère orthonormé les deux applications affines f et g.

3- Résous graphiquement puis par le calcul l'équation f(x)=g(x)

4- Résous graphiquement l'inéquation f(x)

Exercice 6 :

Dans chacun des cas suivants, déterminer l'expression littérale de l'application affine donnée :

a) f est telle que l'image de - 3 soit 2 et l'image de 1 soit -2

b) g(x) = ax + 6 et g (-2) = 0

c) h a pour taux de variation –5 et h(3) = 6

d) la représentation graphique de j passe par les points A (-1 ; 2) et B (3 ; 1)

e) A l'application affine k, est associée l'application linéaire $k(x) = -x\sqrt{2}$ et k(0) = $\sqrt{3}$

f) la représentation graphique de p passe par l'origine du repère et est perpendiculaire à la droite d'équation y = 2x+ 3

Exercice 7 :

Montrer que les applications suivantes sont des applications affines par intervalles.

f(x) =|3x - 5| g(x)= |- 3x + 4| h(x)=|2x - 3|

Exercice 8 :

Tracer un rectangle ABCD tel que AB = 8 cm et AD = 6cm. On désigne par M un point variable du segment [AB] et on pose AM = x.

1- Calculer AC et BD.

2- Exprimer en fonction de x les longueurs MN, MP et NP

3- La somme des longueurs est-elle indépendante de M ?

4- Représenter graphiquement MN et MP en fonction de x dans un repère orthonormé.

Exercice 9 :

Les clients de la société ORANGE ont le choix entre les deux options d'abonnement à l'internet:

Option A : Une somme fixe de 30000 F correspondant aux frais d'installations et d'achats du matériel et 10000 F par mois.

Option B : 15000F CFA par mois.

1-) Déterminer les applications F et G correspondant aux options A et B. Préciser leur nature.

2- a. Quelle est l'option la plus avantageuse pour un client qui veut juste s'abonner pour 3 mois ?

b. Un client ne dispose que de 60000 F. Quelle option lui conseillerais-tu de choisir ?

3- a. Représenter graphiquement dans un même repère orthonormé les applications F et G.

b. Retrouver par lecture graphique les réponses de la question 2.

c. Déterminer graphiquement le nombre de mois pour lequel les deux options sont équivalentes puis le nombre de mois à partir duquel l'option A est plus avantageuse. Vérifie les résultats trouvés par le calcul.

Exercice 10

1. F est l'application affine définie par : F : x $\longrightarrow$ $-3x + 1/4$

a. Calculer les images par F de : -1/3; 0 ; 1 ; -2

b. Calculer le nombre qui a pour image -3/4 par f

2. Soit f une application affine telle que : $F(x) = x\sqrt{2} + 3$

a. Calculer F(1) ; $F(\sqrt{2})$; $F(-\sqrt{2})$; $F(\sqrt{50})$

b. Calculer les nombres qui ont pour images 3 ; 4 ; et $3 - \sqrt{2}$

Exercice 11

1. On pose A = 2x - 3. Calculer A². En déduire une factorisation de $g(x) = 4x^2 - 12x + 8$

2. Résoudre dans IR g(x) = 0 puis $g(x) \leq 0$.

3. Le prix à payer pour un trajet en taxi comprend une prise en charge et une somme proportionnelle au nombre de km parcourus. Ali a payé 500F pour un trajet de 4 km ; Pape a payé 725F pour un trajet de 8,5 km.

a. Déterminer le prix du km et la prise en charge.

b. Déterminer l'application qui définit la somme à payer en fonction du nombre de km parcourus.

c. Représenter graphiquement une telle application affine.

d. Déterminer graphiquement le prix à payer pour 100km. Vérifier par le calcul le résultat obtenu.

Exercice 12 :

1. Déterminer l'application affine f, telle que sa représentation graphique (D) contienne les points $A(-1;1)$ et $B(2;3)$

2. Déterminer l'équation de la droite (Δ) passant par le point $C(-2;1)$ et parallèle à (D).

3. Déterminer l'équation de la droite (D') passant par le point $E(4;3)$ et perpendiculaire à (D).

Exercice 13 :

Un taxi A demande une prise en charge de 120F plus le prix du trajet calculé au tarif de 50F le kilomètre.

Un taxi B ne demande que le prix du trajet, mais calculé au tarif de 60F le kilomètre.

1. Calculer le prix de revient d'une course de 5km,

a. En prenant A b. En prenant B.

2. Quel est le taxi le plus avantageux ?

3. Calculer le prix de revient d'une course de 20km,

a. En prenant A b. En prenant B.

4. Quel est le taxi le plus avantageux ?

5. Calculer le prix de revient y d'une course de x kilomètres,

a. En prenant A b. En prenant B.

6. On obtient deux applications. Représenter graphiquement les deux applications en prenant 1cm pour 2km sur l'axe des abscisses, 1cm pour 100F sur l'axe des ordonnées. Utiliser le graphique pour indiquer :

- Sur quels trajets A est-il plus avantageux que B ?
- Sur quels trajets B est-il plus avantageux que A ?

7. Quelle est la longueur du trajet pour lequel il est indifférent de prendre A ou B ?

Exercice 14 :

Un commerçant fixe le prix de vente de chacun de ses articles en prévoyant un bénéfice de 25 % sur le prix d'achat.

Soit x le prix d'achat d'un article et P son prix de vente.

1. Justifie que : $P = \frac{5}{4}x$

2. Calcule le prix de vente d'un article acheté à 400 F.

3. Calcule le prix d'achat d'un article vendu à 1250 F.

4. Représente graphiquement dans un repère orthonormal (O, I, J), où 1 cm représente 100 F, l'application qui à x associe P.

5. Détermine graphiquement le prix d'achat d'un article vendu à 750 F.

CHAPITRE 3 : EQUATIONS ET INEQUATIONS A UNE INCONNUE

Exercice 1 :

Résoudre les équations suivantes :

$2x+5=0$ $\quad$ $16x^2-24x+9+(-2x+5)(8x-6)=0$ $\quad$ $2x-3=-6$

$(x+1)(2x-2)=0$ $\quad$ $x^2+2x+1-(x+1)(2x-3)=0$ $\quad$ $4x^2-5=0$

$|2x-3|=0$ $\quad$ $|x-5|=|2x+3|$ $\quad$ $|2x-1|=|x+4|$

Exercice 2 :

A l'aide d'un tableau de signes résoudre dans IR chacune des inéquations suivantes.

$x(x+2)\geq 0$ $\quad$ $4x^2-25\leq 0$ $\quad$ $2x(x-1)\leq 0$ $\quad$ $(2x+1)(x-3)>0$ $\quad$ $(3x-1)(x+2)<0$

Exercice 3 :

Résoudre dans IR les systèmes d'inéquations suivants :

a) $\begin{cases}8-x=3x\\-3x=9-5x\end{cases}$ $\quad$ b) $\begin{cases}15+x=6x\\6x-10=5+x\end{cases}$ $\quad$ c) $\begin{cases}12+7x=13x\\16+x=8x-12\end{cases}$

d) $\begin{cases}2=3x-4\\2+8x=7x+5\end{cases}$ $\quad$ e) $\begin{cases}2x-8=5x+13\\4x-23=10+x\end{cases}$ $\quad$ f) $\begin{cases}x-11=-5x+13\\4x+23=8+x\end{cases}$

Exercice 4 :

On donne $f(x)=(3x-2)(x-4)+x(x+2)$

1. Montrer que $f(x)+1=(2x-3)^2$. En déduire une factorisation de $f(x)$.
2. Résoudre dans R : $f(x)=0$ et $f(x)\leq x-1$.
3. On donne $q(x)=(4x+1)(x-2):f(x)$.

Trouver la condition d'existence de q. puis simplifier q(x).

4. Calculer $q(1-\sqrt{3})$. Ecrire le résultat avec un dénominateur rationnel.

Exercice 5 :

On donne les expressions $A(x)=0{,}5x^2-x+0{,}5$ et $B(x)=0{,}5(4x-3)^2-A(x)$

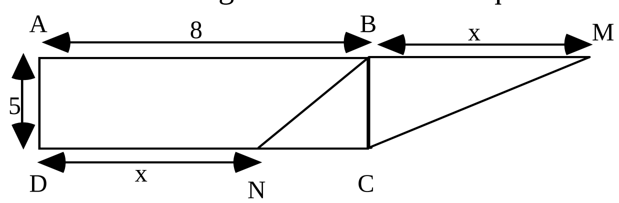
Calculer 2 x A(x) puis en déduire une factorisation de A(x).

Factoriser B(x) puis résoudre dans IR l'inéquation B(x) > 0.

Donner un encadrement au centième prés de $B(\sqrt{2})$ sachant que :

Exercice 6 :

Sur la figure ci-dessus ABCD est un rectangle. M et N sont tels que: BM = DN = x ; N ≠ D et N ≠ C.



1. Exprimer l'aire du triangle BCM en fonction de x.
2. Exprimer l'aire du triangle BCN en fonction de x.

3. Exprimer l'aire du trapèze ABND en fonction de x.

4. Trouver les valeurs de x telles que :

a. L'aire de BCN soit inférieure à celle de BCM.

b. La différence de l'aire de BCM et celle de BCN soit inférieure à l'aire du trapèze ABND.

Exercice 7 :

1. On donne l'expression $A(x) = (3x - 5)^2 - (x + 2)^2$

a. Factoriser $A(x)$

b. Résoudre dans IR l'équation $A(x) = 0$

2. Soit l'expression $Q(x) = (3x - 1) : (5x - 7)$. Résoudre $Q(x) = 0$ et $Q(x) = -2$

3. On pose $h(x) = 16x^2 - 24x + 9$

a. Factoriser $h(x)$

b. Résoudre $\sqrt{h(x)} = 3$

Exercice 8 :

Résoudre dans IR les systèmes d'inéquations suivants :

a) $\begin{cases} 12 - x \leq 4x \\ -5x \leq 1 - 5x \end{cases}$ b) $\begin{cases} 5 + 3x \leq 7x \\ 16x - 13 \leq 11 + 3x \end{cases}$ c) $\begin{cases} 2 + 17x \leq 3x \\ 6 + x \geq -4x - 2 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 5 \leq x - 4 \\ 12 + 5x \geq 14x + 7 \end{cases}$ e) $\begin{cases} 2x - 8 \leq 5x + 13 \\ 4x - 23 \leq 10 + x \end{cases}$ f) $\begin{cases} x - 11 \geq -5x + 13 \\ 4x + 23 \geq 8 + x \end{cases}$

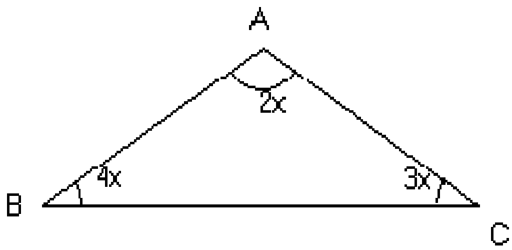
Exercice 9 :

Soit l'expression $E = (5x - 2)^2 - (x - 7)(5x - 2)$

1. Développer et réduire E
2. Calculer la valeur numérique de E pour x = -1
3. Factoriser E
4. Résoudre $(5x - 2)(4x + 5) = 0$; $(5x - 2)(4x + 5) \leq 0$

Exercice 10 :

Calculer la mesure de chacun des angles du triangle ci-dessous.



Exercice 11 :

Dans un groupe de 92 élèves, il y a des Gueth-ndariens et des Pikinois. Il y a 3 fois plus de Gueth-ndariens que de Pikinois. Quel est le nombre d'élèves de chaque quartier ? (appeler x le nombre de Pikinois)

Exercice 12 :

Tamsir a trois fois plus de billes que Pathé, Pathé a deux fois plus de billes qu'Alioune, ensemble ils ont 135 billes.

1° Appeler x le nombre de billes d'Alioune, exprimer en fonction de x le nombre de billes possédées par chacun.

2° Ecrire une équation du problème et trouver le nombre de billes possédées par chacun.

Exercice 13 :

Trois entiers consécutifs ont pour somme 489. Appeler x le deuxième, exprimer en fonction de x le premier et le troisième.

Exprimer en fonction de x la somme des trois nombres, écrire l'équation du problème et trouver x et les deux autres nombres. Quelle condition la somme doit-elle remplir pour que le problème soit possible?

Exercice 14 :

Un homme a 23 ans de plus que son fils et 31 ans de moins que son père. La somme des âges des 3 personnes est 119 ans. Calcule ces âges.

Exercice 15 :

Un cultivateur possède un champ et un pré qui valent ensemble 210000F. Pour payer une dette, il lui faut ou bien vendre le champ et payer encore 37500F ou bien vendre le pré et avoir dans ce cas 7500F de trop. Quelle est la valeur de pré et celle du champ?

Exercice 16 :

Un grossiste a des robes en stock, qu'il compte vendre 7500F pièce et réaliser ainsi un bénéfice total de 248400F. Mais le modèle de la robe étant démodé, il ne peut les vendre que 5850F pièce et perd ainsi 55200F. Combien y avait-il de robes en stock et quel était le prix d'achat de chacune?
(Nombre de robes x)

Exercice 17 :

Une somme de 1860F est partagée entre deux personnes. La première dépense les $\frac{5}{8}$ de sa part. La deuxième dépense les $\frac{3}{5}$ de la sienne. Il leur reste la même somme. Quelles étaient les deux parts?

Exercice 18 :

Le demi-périmètre d'une cour rectangulaire est 130 m.

1. Exprimer en fonction de la longueur x la largeur et l'aire de la cour.

2. Si on ajoute 7 m à la longueur et si on retranche 3 m à la largeur, la surface augmente de $156 m^2$.
Exprimer en fonction de x la longueur, la largeur et l'aire modifiées de la cour.

3. Ecrire une équation et calculer les dimensions de la cour.

Exercice 19 :

Les économies de Saliou et Moustapha sont composées exclusivement de pièces de 50F. Saliou dit à Moustapha : « si tu me donnes 6 pièces, je disposerais alors de 2 fois plus d'argent que toi, mais si je te donne 4 pièces, nous aurons les mêmes sommes d'argent ». Quelles sont les économies respectives de Moustapha et Saliou ?

CHAPITRE 4 : ÉQUATIONS ET INÉQUATIONS : SYSTÈME D'ÉQUATIONS ET D'INÉQUATIONS À DEUX INCONNUES

Exercice 1 : Résoudre dans IR^2, les systèmes suivants :

$\begin{cases} 2x - y = -4 \\ -x + y = 3 \end{cases}$ $\begin{cases} x + \frac{1}{2}y = 1 \\ 2x + y = 4 \end{cases}$ $\begin{cases} x - \frac{3}{2}y = 2 \\ 2x - 3y = 4 \end{cases}$

Exercice 2 : Résoudre chacun des systèmes suivants par la méthode de substitution.

$\begin{cases} x - y = \frac{3}{4} \\ 5x + 2y = 3 \end{cases}$ $\begin{cases} 2x - y = 5 \\ x - 2y = 3 \end{cases}$ $\begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ x + y = -4 \end{cases}$ $\begin{cases} 3x + y + 2 = 0 \\ 3x - y - 1 = 0 \end{cases}$

Exercice 3 : Résoudre chacun des systèmes suivants par la méthode de combinaison.

a) $\begin{cases} 5x - 3y = 6 \\ 5x + 3y = 24 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2x + 5y = 29 \\ 3x - 4y = -14 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 2x - 3y = 10 \\ 3x - y = 7 \end{cases}$ d) $\begin{cases} x - y\sqrt{3} = \sqrt{2} \\ 4x + y\sqrt{3} = 1 \end{cases}$

Exercice 4 : **Résoudre** chacun des systèmes suivants par la méthode de comparaison.

a) $\begin{cases} 2y + x = 5 \\ -y + 7 = x + 4 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 3x - y = 2 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x + y = 3 \\ -y + 4 = x - 2 \end{cases}$ d) $\begin{cases} x - y = 5 \\ x + 2y = 4 \end{cases}$

Exercice 5 : Résoudre graphiquement les systèmes suivants :

a) $\begin{cases} x - 3y = 11 \\ 2x - y = 8 \end{cases}$ b) $\begin{cases} -4x + y = 2 \\ 3x - y = -4 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ 3x - y = 5 \end{cases}$ d) $\begin{cases} 3x - 2y = 5 \\ 2x + y = 1 \end{cases}$

Exercice 6 : Résoudre chacun des systèmes suivants par la méthode de ton choix.

a) $\begin{cases} 4x - 3y = 2 \\ 3x + 4y = 5 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 3x + 7y = 3 \\ 5x + 6y = -12 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 2x + 3y = 13 \\ 5x - 4y = -2 \end{cases}$

Exercice 7 :

1. Résoudre dans IR^2 ; $\begin{cases} 2x + y = 55 \\ 4x + 3y = 125 \end{cases}$

2. Après leur « B.F.EM Blanc », un groupe d'élèves d'une classe de 3^{eme} pour se distraire, décide d'aller à une soirée dansante.

Le prix du billet d'entrée est 1000F pour un garçon et 500F pour une fille .Pour le groupe, le prix total des billets d'entrée est 27500F.

Ce même groupe assiste le lendemain à un concert. Le prix d'une place est 2000F pour un garçon et 1500F pour une fille. Le prix total pour le groupe est 62500F.

Déterminer le nombre de garçons et de filles qui composent ce groupe d'élèves.

Exercice 8 :

Aïssatou dispose d'une somme de 10.000F pour acheter des livres qu'elle choisit dans deux séries différentes A et B.

Si elle choisit 4 livres de la série A et 5 livres de la série B, il lui manque 300 F. Si elle choisit 5 livres dans la série A et 3 livres dans la série B, il lui reste 50 F.

a)Traduire les données par un système de deux équations.

b) Déterminer le prix d'un livre de chaque sorte.

Exercice 9 :

a) Résoudre le système $\begin{cases} x+y=8 \\ x+2y=11 \end{cases}$

b) On désigne par x la longueur d'un rectangle et par y sa largeur, exprimées en cm. Le périmètre de ce rectangle est 16 cm. Si on ajoute 3 cm à la longueur et si on double la largeur, le périmètre devient 28cm. Déterminer la longueur et la largeur de ce rectangle.

Exercice 10 :

A la boulangerie :

- ✓ Un client demande : " 4 baguettes et 5 croissants ". Il paie 3000 francs.
- ✓ Un autre client demande : " 2 baguettes et 3 croissants ". Il paie 1700 francs.

Quel est le prix d'une baguette ? et celui d'un croissant ?

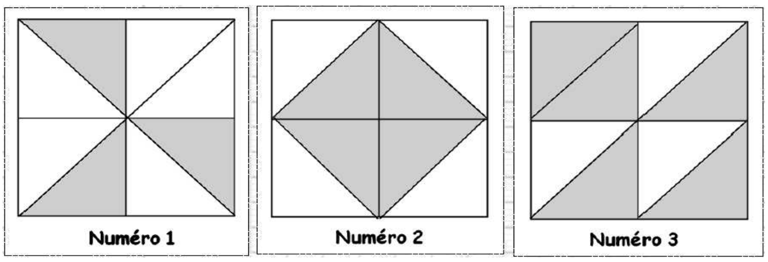
Exercice 11 :

1. Résoudre le système : $\begin{cases} 5x+3y=2050 \\ 4x+4y=2200 \end{cases}$

2. On fabrique des badges à l'aide de triangles, tous de même forme, dont certains sont en email , et les autres sont dorés.

Les triangles de même nature sont tous au même prix. Les triangles dorés sont représentés hachurés sur la figure, tandis que les triangles émaillés ont été laissés en blanc. Le badge n° 1 revient à 2050 F ; le badge n° 2 revient à 2200 F.

A combien revient le badge n° 3 ?



Exercice 12:

Le périmètre d'un rectangle est égal à 140 mm. On double la largeur initiale et on retranche 7 mm à la longueur initiale. Le périmètre est alors égal à 176 mm. Quelles sont les dimensions initiales du rectangle ?

Exercice 13 :

Un rectangle est tel que si on augmente la longueur de 3 cm et la largeur de 2 cm alors l’aire augmente de 25 cm². Par contre si on augmente la longueur de 2 cm et la largeur de 3 cm alors l’aire augmente de 27 cm².

Quelles sont ses dimensions ?

Exercice 14 :

1. Résoudre le système : $\begin{cases} x+y=35 \\ 28x+52y=1316 \end{cases}$

2. Pour un parc floral, un paysagiste achète un lot de 35 plantes constitué de rosiers à 28 F le pied et d'azalées à 52 F pièce. Le montant de la facture correspondant à cet achat est 1 316 F.

Déterminer le nombre de pieds de rosiers et le nombre d'azalées achetés.

Exercice 15 :

À l'occasion de la fête des grand-mères, un enfant achète deux bouquets chez un fleuriste.

Le premier bouquet, composé d'une rose et de cinq marguerites, coûte 1700 francs.

Le deuxième bouquet, composé de trois roses et de deux marguerites, coûte 2500 francs.

Calculer le prix d'une rose et le prix d'une marguerite.

Exercice 16 :

1- Résoudre dans IR² le système suivant : $\begin{cases} x+y=12 \\ x-y=-4 \end{cases}$

2- A est un nombre entier naturel de deux chiffres dont la somme des chiffres est 12. Si on permute les deux chiffres de A, A augmente de 36. Trouver A

Exercice 17 :

1- Résoudre dans IR² le système suivant : $\begin{cases} 4x+3y=18 \\ x+y=14 \end{cases}$

2- Six kg de pâtes d’arachide doivent être répartis dans 14 pots dont certains peuvent contenir 500 g et d’autres 375 g.

a)En désignant par x le nombre de pots de 500 g et par y le nombre de pots de 375 g, établir le système d’équations traduisant les données précédentes.

b) Calculer le nombre de pots de chaque sorte.

Exercice 18 :

Le prix d'un article qui a subit deux augmentations successives de 10% et 20% est actuellement de 2640 F CFA. Quel était le prix de cet article ?

Exercice 19 :

Les organisateurs des journées culturelles d'un C.E.M ont enregistré pour le concert organisé à l'occasion 500 entrées pour une recette globale de 190000 FCFA.

Les tickets pour enfants sont vendus à 300 FCFA et ceux pour adultes à 500 FCFA.

Combien d'enfants et d'adultes ont assistés à ce concert ?

Exercice 20 :

Le périmètre d'un rectangle est de 178m si on diminue la longueur de 2m et on augmente la largeur de 3m alors l'aire du rectangle augmente de 76m². Calcule les dimensions de ce rectangle.

CHAPITRE 5 : INEQUATIONS ET SYSTEMES D'INEQUATIONS DU 1ER DEGRE A 2 INCONNUES

Exercice 1 :

Résous graphiquement dans IR^2, le système d'inéquations $\begin{cases} y+2x \geq 1 \\ y-x<0 \end{cases}$

Exercice 2 :

Résous graphiquement chaque système.

$\begin{cases} 2x+3y \geq 0 \\ x-2y+1<0 \end{cases}$ $\begin{cases} 2x - y + 3 \leq 0 \\ y - 2x + 1 \leq 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x - y + 3 \leq 0 \\ 2x + y - 1 \leq 0 \end{cases}$ $\begin{cases} 4x + y - 5 > 0 \\ -2x + y + 1 < 0 \end{cases}$

Exercice 3 :

Résous graphiquement chaque système.

a) $\begin{cases} x - y + 3 \leq 0 \\ 2x + y - 1 \leq 0 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x + y - 2 < 0 \\ x + 2y < -2 \end{cases}$ c) $\begin{cases} y < 3 \\ x > -2 \\ y > 2x - 1 \end{cases}$ d) $\begin{cases} x > 0 \\ x \geq 1 \\ y > -x + 3{,}5 \end{cases}$

Exercice 4 :

Résoudre graphiquement les systèmes suivants :

a) $\begin{cases} 4x - 3y \leq 9 \\ 3x - 2y \geq 8 \end{cases}$ b) $\begin{cases} -2x + 3y \geq 2 \\ x - 3y \geq -4 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 2x + y \leq 3 \\ 3x + y \leq 5 \end{cases}$ d) $\begin{cases} 3x - 2y \leq 5 \\ 2x + y \geq 1 \end{cases}$

Exercice 5 :

Résoudre chacun des systèmes suivants par la méthode de ton choix.

a) $\begin{cases} 3x - 4y \leq 2 \\ 4x + 3y \geq 5 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 5x + 7y \geq 13 \\ 6x + 7y \leq -12 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 2x + 3y \geq 13 \\ 5x - 4y \geq -2 \end{cases}$ d) $\begin{cases} x + 2y - 7 \geq 0 \\ 2y + 3x \leq \dfrac{7}{2} \end{cases}$

Exercice 6 :

1. Résoudre graphiquement les systèmes suivants :

$$\begin{cases} x-2y+3\leq 0 \\ x+y-2\geq 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x-y+3\geq 0 \\ x-2\leq 0 \\ y-1\leq 0 \end{cases}$$

2. Montrer que les solutions du système (2) sont à l'intérieur d'un triangle dont on déterminera les coordonnées des sommets A, B et C

Exercice 7 :

Le boutiquier dit â Amy : « Si tu prends 3 boites d'allumettes et 2 crayons noirs, tu dépenses moins de 175F. Par contre si tu prends 2 boites d'allumettes et 3 crayons noirs tu dépenses plus de 200F »

1- Traduis ce problème par un système d'inéquations.

2- Résous graphiquement le système.

3- Donne les couples de prix possibles.

CHAPITRE 6 : STATISTIQUES

Exercice 1 :

Durée en min	< 3	[3 ; 6[	[6 ; 9[	[9 ; 12[	[12 ; 15[	≥15
Nombre de communications	20	25	15	13	9	8

1. Combien de communications ont duré moins de 6 min ?

2. Combien de communications ont duré au moins 12 minutes ?

3. Combien de communications ont duré au moins 9 min et moins de 15 min ?

Exercice 2 :

Au cours d'un mois, on a recensé le nombre de voitures immatriculées dans chaque ville d'un pays donné. Les résultats sont indiqués dans le tableau ci-dessous

Nombre de voitures	5	13	15	17	25	80
Nombre de villes	3	4	2	3	7	1

1. Que signifie le nombre 13 ? Que signifie le nombre 4 ?

2. Combien de voitures ont été immatriculées dans ce mois ?

3. Quel est le mode de cette série ?

4. Dans combien de villes il y a au plus 20 voitures neuves par mois ?

Exercice 3 :

On considère les deux séries de scores :

12 – 13 – x – 14 – 12 – 10.

9 – 7 – 11 – x – 17 – 15 – 12.

Déterminer x pour que ces deux séries aient la même moyenne.

Exercice 4 :

Lors de la journée nationale de solidarité aux enfants orphelins, on a relevé les contributions en francs CFA de trente élèves d'une classe de 3^{eme} dans un collège de la commune de Fatick.

100 – 50 – 150 – 200 – 20 – 25 – 175 – 125 – 100 – 50 – 200 – 50 – 250 – 75 – 100 -

- 100 – 120 – 75 – 125 – 200 – 100 – 50 – 30 – 200 – 100 – 50 – 50 – 10 – 25 – 100.

On a regroupé les différentes contributions en intervalles (classes) d'amplitude 50

Contributions	$[0;50[$	$[50;100[$	$[100;150[$	$[150;200[$	$[200;250[$	$[250;300[$
Effectifs						
ECC						

E.C.C. : signifie Effectifs Cumulés Croissants

1. Compléter le tableau ci-dessus
2. Quelle est la classe modale de cette série statistique
3. Représenter sur un même dessin l'histogramme et le polygone des effectifs cumulés croissants

Exercice 5 :

Voici la répartition des 64 professeurs d'un collège suivant leur âge

Age (ans)	[25 ; 35[	[35 ; 45[	[45 ; 55[	[55 ; 65[
Fréquence en %	37,5	43,75	12,5	6,25

1. Calculer les effectifs de chaque classe d'âge.
2. Déterminer à un an prés l'âge moyen des professeurs de collège.
3. Calculer les effectifs cumulés croissants de chaque classe.
4. Représenter graphiquement le diagramme des effectifs cumulés croissants
5 .En utilisant le théorème de Thalès, calculer l'âge m médian.

Exercice 6 :

La surveillante d'une classe de 3°, a relevé les absences des élèves pendant le 1° semestre.

Les résultats sont consignés dans le tableau ci-dessous.

Absences	[0 ; 4[	[4 ; 8[	[8; 12[	[12 ; 16[	[16 ; 20[
Nombre d'élèves	30	8	4	x	8

Sachant que la moyenne de la série est 7,2 ;

1. Montrer que l'effectif manquant x est 10.
2. Représenter le diagramme semi-circulaire de cette série.
3. Compléter la série avec la ligne des effectifs cumulés croissants.
4. Calculer le pourcentage d'élèves qui ont comptabilisé au moins 12 absences.
5. Représenter graphiquement le polygone des effectifs cumulés croissants.
6. Déterminer la médiane en utilisant le théorème de Thalès.

Exercice 7 :

Soit le tableau statistique suivant :

Notes	[0 ; 4[	[4 ; 8[	[8 ; 12[	[12 ; 16[	[16 ; 20[
Effectifs	5	x	3	y	6
Centre					
E.C.C					
E.C.D					
Fréquences					

1. Sachant que l'effectif total est 20 et que la moyenne est 10, montrer que (x ; y) le couple solution du système : $\begin{cases} x + y = 6 \\ 3x + 4y = 26 \end{cases}$

2. Résoudre ce système.

3. Compléter le tableau avec les centres des classes, les E.C.C et les fréquences.

4. Déterminer la médiane en appliquant le théorème de Thalès.

Exercice 8 :

Une association désirant faire une étude sur l'âge de ses trente adhérents, a relevé les âges suivants :

31	55	49	41	28	28	59	30	48	49
47	25	27	52	34	34	59	45	32	59
20	64	27	32	40	48	34	56	69	37

1. Définis la population étudiée et son caractère.
2. Classe les données dans un tableau, en calculant pour chaque valeur du caractère l'effectif correspondant.
3. a. Regroupe ces données en classes d'amplitude 5 ans, de 20 ans jusqu'à 70 ans.
b. Calcule la moyenne
c. Représente par un histogramme, la répartition des membres de l'association, selon leur classe d'âge.
4. Calcule les fréquences de chaque classe d'âge.
5. Détermine la classe modale.

Exercice 9 :

Dans un CEM le tableau des effectifs a été taché et on a récupéré les résultats suivants :

	Filles	Garçons	Totaux
Classe de 6^e			117
Classe de 5^e	30		
Classe de 4e		56	79
Classe de 3e	15	41	
Total des élèves	115		345

1. Complète le tableau des effectifs.
2. Dans un repère, trace les diagrammes en bâtons représentant, d'une part, le nombre de filles, d'autres part, le nombre de garçons (en fonction de la classe).

Activités Géométriques

CHAPITRE 1 : THÉORÈME DE THALÈS

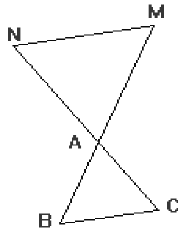
Exercice 1 :

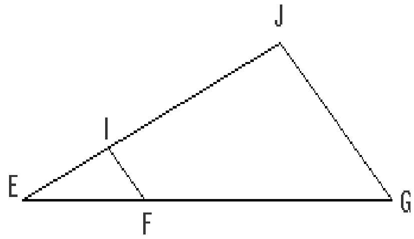
Dans chacun des cas de figures, calculer la longueur inconnue.

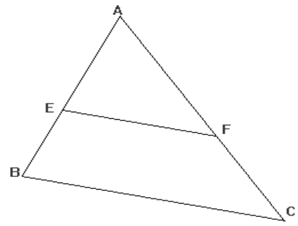
1. MN) // (JG) AB = 22 AC = 26; AM = 34, AN = ?

2. (IF)//(JG); EJ = 6, 4 EI = 2; FG = 5, 5; EF =?

3. (AB) // (EF); AE = 3; AF = 4 EB = 2,1; FC = ?

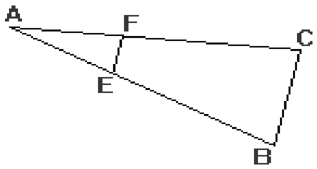






Exercice 2 :

Compléter le tableau ci-dessous qui concerne la figure dans laquelle les droites (EF) et (BC) sont parallèles.



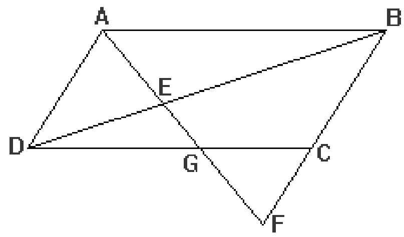
AB	AC	BC	AE	AF	EF
6	9	10	2		
15	12	6		2	
8	10	12			4
		9	5	4	6

Exercice 3 :

Le quadrilatère ABCD est un parallélogramme. Le point E est un point quelconque de la diagonale [BD]. La droite (AE) coupe (DC) en G et (BC) en F.

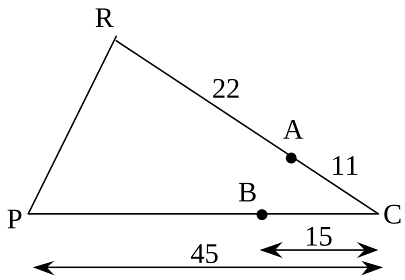
1. Montrer que : $\frac{EB}{ED} = \frac{EA}{EG} = \frac{EF}{EA}$

2. En déduire que : $EA^2 = EF \times EG$.



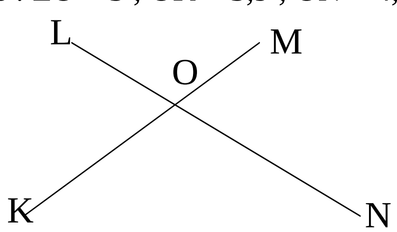
Exercice 4 :

Les droites (AB) et (RP) de la figure ci-dessous sont-elles parallèles ?



Exercice 5 :

On donne pour la figure ci-dessous : LO = 3 ; OK = 3,9 ; ON = 4,5 ; OM = 2,6



Les droites (LM) et (KN) sont-elles parallèles ?

Exercice 6 :

1. Soit ABC un triangle rectangle en A tel que AB = 4 cm ; AC = 6 cm. Calculer BC

2. Soit E un point du segment $[AB]$ tel que AE = 2 cm et F un point du segment $[AC]$ tel que AF = 3cm. Montrer que les droites (BC) et (EF) sont parallèles puis calculer EF.

Exercice 7 :

ABCD est un trapèze de bases [AB] et [CD]. Le point O est le point d'intersection des droites (AC) et (BD). La parallèle aux bases passant par O coupe respectivement (AD) et (BC) aux points I et J.

1- Faire la figure.

2 - Citer tous les couples de triangles en position de Thalès de la figure.

3 - Ecrire pour chaque cas les égalités des rapports de Thalès correspondantes.

Exercice 8 :

Soit (C) le cercle de centre O et de rayon r = 5cm, A et B deux points diamétralement opposés. La médiatrice de [AO] coupe le cercle (C) en C et D. Soit E le symétrique de O par rapport à A et F le milieu de [AO].La parallèle à (OC) passant par F coupe (EC) en G. La droite (OC) coupe (BD) en I.

1. Construire la figure.
2. Quelle est la nature du triangle OCE ? En déduire EC.
3. Calcule FG et EG.
4. Démontre que AD = CO.
5. Calcule OI et BI.

Exercice 9 :

Soit (C) le cercle de centre I et de diamètre AB = 5cm et (C') le cercle de centre B et de rayon AB. Le point E $\in$ (C') tel que AE = 5cm. La droite (AE) coupe le cercle (C) en F. La bissectrice de l'angle $\widehat{FIB}$ coupe (ED) en k. La parallèle à (IE) passant par k coupe (AD) en G.

On donne DK = $3{,}75\sqrt{3}$.

1. Quelle est la nature du triangle AED ? Déduis-en ED et EI.
2. Calcule DG puis KG.
3. Démontre (AE)//(KI).

Exercice 10 :

A, B et C sont trois points alignés tel que AC = 3/2 AB. Place un point E qui n'appartient pas à la droite (AB).Construis le point F tel que AF = 3/2 AE. La droite passant par B et parallèle à (CE) coupe la droite (AE) au point G.

1. Démontre que AG = 2 /3 AE
2. La droite passant par F et parallèle à (CE) coupe la droite (AB) au point H.

x est le nombre tel que AH = x AB. Calcule x.

Exercice 11 :

On considère un rectangle ABCD tel que AB = 8cm et AD = 6cm.

1. Calculer AC.

2. Soit $M \in (AB)$; on pose AM = x (x est en cm et $x \in \mathbb{R}$). La droite passant par M et parallèle à (AC) coupe [BC] en N.

Calculer BM, BN et MN en fonction de x.

Exercice 12 :

Le segment [AB] de longueur 10cm et sa médiatrice (D) se coupent en K. Sur la droite (D) place le point C tel que BC = 10cm. Le point $F \in [CB]$ tel que CF = 4cm. Place le point P sur (D) tel que PF = 2cm. On donne $CP = 2\sqrt{3}$cm

1. Faire la figure.

2. Démontre que (PF) // (BK).

3. Q est un autre point de [BC] tel que CQ = x. La parallèle à (AB) passant par Q coupe (CK) en R. Calcule CR en fonction de x. Calcule l'aire du triangle CQR en fonction de x.

Exercice 13 :

Dans un triangle ABC tel que BC = 6 cm, M est le milieu du segment [BC]. On désigne par P le point du segment [BC] tel que BP = 2 cm. La parallèle à (AC) passant par P coupe (AM) en Q et (AB) en R.

1. Montrer que $\frac{RP}{AC} = \frac{1}{3}$ puis que $\frac{PQ}{AC} = \frac{1}{3}$.

2. En déduire que P est le milieu du segment [RQ].

Exercice 14 :

C_1 est un cercle de centre O et de rayon 7,5 cm. [AB] est un diamètre de C_1.

E est le point du segment [OB] tel que OE = 5 cm.

C_2 est le cercle de centre E passant par B ; il recoupe [OB] en N.

1. a - Faire la figure.

b- Construire un point M de C_2 situé à 4 cm de B. La droite (BM) coupe C_1 en P. Quelle est la nature du triangle NMB ? Celle du triangle APB ? Justifier.

2. Calculer la distance MN.

3. Démontrer que les droites (AP) et (NM) sont parallèles. En déduire la distance BP.

4. Démontrer que les droites (PO) et (ME) sont parallèles.

5. La droite (PO) coupe C_1 en K. (PN) coupe (BK) en I. Evaluer le rapport $\frac{BN}{BO}$. Démontrer que I est le milieu de [BK].

CHAPITRE 2 : RELATIONS TRIGONOMÉTRIQUES DANS UN TRIANGLE RECTANGLE

Exercice 1 :

Établis les égalités : **$a \in]0°,90°[$**

a. $1 + \tan^2 a = \dfrac{1}{\cos^2 a}$

b. $1 - 2\sin^2 a = 2\cos^2 a - 1$

c. $(\cos a + \sin a)(\cos a - \sin a) = 2\cos^2 a - 1$

d. $1 + \dfrac{1}{\tan^2 a} = \dfrac{1}{\sin^2 a}$.

Exercice 2 :

RSU est un triangle rectangle en U; RS = 3, SU = 2, $RU = \sqrt{5}$.

Calcule $\cos \widehat{R}$, $\sin \widehat{R}$, $\cos \widehat{S}$, $\sin \widehat{S}$, $\tan \widehat{S}$.

Exercice 3 :

Trace un demi-cercle (C) de diamètre AB = 10 et place M sur (C) tel que AM = 6.

1. Quelle est la nature de AMB ? Justifie.
2. Calculer $\cos \widehat{MAB}$ et $\sin \widehat{MBA}$.
3. Déterminer graphiquement une mesure approchée de $\widehat{MAB}$ et de $\widehat{MBA}$.

Exercice 4 :

On te donne une valeur trigonométrique ; déduis – en l'autre valeur demandée :

1. $\cos a = 0{,}6$; $\sin a = ?$ $\tan a = ?$
2. $\sin b = \dfrac{1}{4}(\sqrt{6} + \sqrt{2})$, $\cos b = ?$
3. $\sin c = \dfrac{8}{15}$, $\cos c = ?$ $\tan c = ?$
4. $\cos t = \dfrac{1}{3}$, $\sin t = ?$

Exercice 5 :

On considère un triangle isocèle MNP de sommet M tel que : MN = 7cm, NP = 4cm

Soit I et J les milieux respectifs de ([NP] et [MP].

1. Construire le cercle circonscrit à MNP. Indiquer la position de son centre O.
2. Montrer que $\sin P\hat{M}I = \dfrac{2}{7}$. En déduire $\cos P\hat{M}I = \dfrac{3\sqrt{5}}{7}$.
3. Calculer le rayon du cercle circonscrit au triangle MNP, puis en donner une valeur approchée.

Exercice 6 :

ABC est un triangle rectangle en C : BC = 3 cm et $\hat{B}$ = 60°. Construire le triangle ABC

1. Calculer AB puis AC sachant que cos 60° =0,5.
2. Soit I un point de [AC] tel que AI =0,4 x AC ; placer I.
3. La parallèle à (BC) passant par I coupe (AB) en N. Calculer IN et AN.
4. Soit E le point de [BC] tel que BE = 8 cm, calculer AE.

5. Soit H et J les projetés orthogonaux respectifs de C et I sur (AE). Construire H et J.

a. Montrer que $2AH = 5AJ$.

b. Montrer que (NJ) et (BH) sont parallèles.

Exercice 7 :

1. a. Construire un cercle (C) de centre I et de rayon 4 cm. A et B sont deux points de (C) diamétralement opposés. Placer un point M sur(C) tel que AM = 4 cm.

b. Quelle est la nature du triangle AMI ?

c. En déduire la mesure de l'angle $B\hat{I}M$.

2. K est le point d'intersection de la perpendiculaire à (AB) passant par I et la droite (AM).

a. Justifier que AMB est un triangle rectangle.

b. En remarquant que cos $B\hat{A}M$ = cos $K\hat{A}I$, calculer AK et KI.

3. Le point H est le projeté orthogonal de M sur (AB).

a. Calculer cos $\hat{B}$ de deux manières différentes.

b. Exprimer BH en fonction de cos $\hat{B}$ puis démontrer que BH =BM²/AB.

4. Placer le point E sur le segment [AM] tel que AE = 3 cm. La parallèle à (IM) passant par E coupe le segment [AI] en F. Quelle est la nature du triangle AEF ?

Exercice 8 :

RTS est un triangle tel que : RT = 6 cm ; ST = 8cm ; RS = 10 cm.

1- Montre que RTS est rectangle

2- Calcule cos S, cos R, sin R, sin S, tan S et tan R.

Exercice 9 :

1. ABC est un triangle rectangle en B, cos A= 0,6 et AC = 4cm. Calcule AB et BS.
2. LUC est un triangle rectangle en C, LC= 6cm et sin L 0,4. Calcule LU et UC.

Exercice 10 :

FOL est un triangle de cotés FO = 4,5 cm, FL=6 cm et LO=7 ,5 cm.
1- Montre que le triangle FOL est rectangle.
2- Détermine une valeur approchée à l'unité de chacune des angles F, L et O.

Exercice 11 :

1. LEM est un triangle rectangle en M avec LM = 5 cm et L = 30°. Calcule EM
2. REG est un triangle rectangle en G tel que RE=8cm et E= 33°.Calcule une valeur approchée de EG à 10^{-2} prés par défaut

Exercice 12 :

ABC est un triangle équilatéral de coté x. [AH] est la hauteur issue de A.
1-Exprime AH en fonction de x
2-a. Calcule cos B, sin B et tan B.
b. Déduis-en cos 60°, sin 60° et tan 60°
3- En utilisant les résultats du 2-b) détermine cos 30°, sin 30° et tan 30°.

Exercice 13 :

1-a- Construire un cercle (C) de centre I et de rayon r = 4cm. A et B sont deux points du cercle diamétralement opposés. Placer un point M sur (C) tel que AM = 4cm.

b- Quelle est la nature du triangle AMI ?

c- En déduire la mesure de BIM ?

2. K est le point d'intersection de la perpendiculaire à (AB) passant par i et la droite (AM).

a. Justifier que AMB est un triangle rectangle.

b. En remarquant que cos BAM = cos KAM , calculer AK et K I.

3. Le point H est le projeté orthographe de M sur (AB).

a) Calculer cos B de deux manières différentes.

b) Exprimer BH en fonction de cos B puis démontre que $BH = BM^2/AB$.

Exercice 14 :

1 - a- Construire un triangle ABC rectangle en C tel que AC= 8cm et AB = 10 cm

b- Calculer BC.

2 - Soit H le projeter orthogonal de C sur (AB)

a - Calculer CH, AH, et BH.

b - Calculer cos ACH et sin BCH. Pouvait-on prévoir ce résultat ?

3 - La parallèle à (CH) passant par B coupe (AC) en E. Calculer CE et BE.

4 - Soit le point J de [AB] tel que BJ = 3/5 BA et K $\in$ [AE] tel que AK/AE =2/5.

a - Déterminer le réel b tel que EK = b EA.

b - Démontrer que (JK)//(BE).

Exercice 15 :

Sur une droite (D), on marque les points B, O et C dans cet ordre tel que BO = 5cm et OC= 3cm.
A est le point de contact d'une tangente issue de B au cercle (*C*) de rayon 3cm et de centre O.

1. Faire la figure.
2. Calculer AB.
3. Soit H le projeté orthogonal de A sur (BC). Calculer BH, AH, OH, HC et AC.

Exercice 16 :

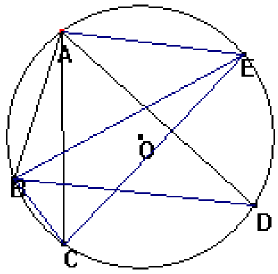
On considère un triangle LMN rectangle en M tel que LM = 6cm et MLN = 30°.

1. Montrer que la valeur exacte de LN est $4\sqrt{3}$ cm.
2. Tracer le cercle (C) de diamètre [LM] ; il recoupe le segment [LN] en P. Quelle est la nature du triangle LMP ? Justifier.
3. Montrer que la valeur exacte de MP est 3 cm.
4. Montrer que la valeur exacte de LP est $3\sqrt{3}$ cm.
5. La perpendiculaire à (LN) passant par N coupe (LM) en R. Que peut-on déduire des droites (RN) et (MP) ? Justifier
6. Montrer que la valeur exacte de RN est 4 cm.
7. Calculer les aires des triangles MPL et RNL (valeur exact)
8. Quelle est la nature du quadrilatère MPNR ? Calculer son aire.

CHAPITRE 3 : ANGLE INSCRIT

Exercice 1 :

On considère la figure ci-dessous :



1. Citer les angles inscrits de sommet A.
2. Citer les angles inscrits ayant pour sommet un point autre que A et qui interceptent le même arc qu'un angle inscrit de sommet A.

Exercice 2 :

On considère un quadrilatère convexe ABCD inscrit dans un cercle C (O,R) de rayon R tel que $\widehat{DCA} = 30°$ et $\widehat{CAB} = 45°$.

1. Déterminer les angles $\widehat{DOA}$ et $\widehat{BOC}$.
2. Déterminer les longueurs DA et CB.

Exercice 3 :

Construis un triangle ABC isocèle en A, le cercle circonscrit C(O, r) et les bissectrices des angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{ACB}$ qui coupent le cercle respectivement en M et N. Établis l'égalité: $\widehat{ANC} = \widehat{AMB}$.

Exercice 4 :

On considère un quadrilatère ABCD dont les sommets sont sur un même cercle *C* (O, R) et tels que $\widehat{DAB} = 105°$ et $\widehat{ABC} = 85°$. Détermine les mesures des autres angles de ce quadrilatère.

Exercice 5 :

ABCD est un parallélogramme tel que $A\hat{D}C = 60°$. O est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC.

1. Faire une figure.
2. Comparer les angles $A\hat{B}C$ et $A\hat{D}C$. Justifier.
3. En déduire que $A\hat{O}C = 2A\hat{D}C$. Calculer $A\hat{O}C$.

Exercice 6 :

On considère un triangle ABC inscrit dans un cercle C (O ; R) est tel que :
ABC= 85° et BCA= 50°.
1- Déterminer la mesure de l'angle BAC et la nature de BOC.
2- Tracer deux cercles C (O ; R) et C'(O' ; R) sécantes en A et B et tel que C (O ; R) passe par O'.
3- Déterminer la mesure de l'angle OAB.

Exercice 7 :

ABC est un triangle inscrit dans un cercle de centre O et de diamètre [AD] tel que B soit sur l'arc AD ne contenant pas C. La parallèle à (BD) passant par C coupe (AB) en E.

1- Montrer que (CE) est une hauteur du triangle ABC.

2- Calculer $A\hat{C}B, A\hat{O}B, O\hat{B}A$ si $B\hat{D}A = 70°$.

Exercice 8 :

Soit (C) un cercle de centre O. Soient [AB] et [CD] deux diamètres perpendiculaires de ce cercle. Soit M un point de l'arc $\widehat{BD}$.

Calculer la mesure des angles $\widehat{BMC}$, $\widehat{CMD}$ et $\widehat{BMD}$

Exercice 9 :

(C) est un cercle de centre O et de diamètre [BC] et A un point extérieur à ce cercle. Les droites (AB) et (AC) se coupent en P et Q ; (PC) et (BQ) se coupent en en M. Que représente le point M pour le triangle ABC ?

Exercice 10 :

Tracer deux cercles C (O ; R) et C'(O' ; R') tangents extérieurement en A. Par A, tracer deux droites quelconques (D) et (D'). (D) coupe le cercle C en B et le cercle C' en B'. (D') coupe le cercle (C) en E et le cercle (C') en E'.

1- Démontre l'égalité AB'E'=EBA.

2- Démontre que les droites (BE) et (B'E') sont parallèles.

Exercice 11 :

Soit un triangle ABC rectangle en A tel que AC = 6 cm et ACB = 30°. (C) est un cercle de centre O et de diamètre [AC]. Le cercle (C) coupe (BC) en I.

1- Montrer que (AI) est perpendiculaire à (BC).

2- Calculer BC, AB et AI.

3- Calculer la mesure de ACE. En déduire la nature du triangle AOI et la relation entre IAC et IOC.

4- La droite (IO) coupe (C) en un deuxième point E. Quelle est la nature du quadrilatère AICE ?

5- La bissectrice de l'angle AIE coupe (C) en J et (AC) en K.

a- Démontrer que AIJ = ACI et JIE = JCE.

b- Que représente (CJ) pour l'angle ACE ?

Exercice 12 :

Soient les cercles (C_1) de centre O et de diamètre AK = 6cm et (C_2) de centre K et de rayon OK. La médiatrice de [OK] coupe (C_1) en J et [OK] en H. (C_3) est un cercle de centre H et de diamètre AM, le point I est l'intersection de (C_3) avec la demi-droite [JH) et E le point d'intersection de (AI) avec (C_3).

1. Construire la figure.

2. Quelle est la nature des triangles AIM et AOJ ? En déduire JH ?

3. Calculer la mesure de l'angle AOJ puis celles de tous les angles du pentagone AIME.

Exercice 13 :

ABC est un triangle inscrit dans un cercle (C) de centre O tel que les angles $\widehat{AOB}$ et $\widehat{BOC}$ soient adjacents. On donne mes $\widehat{AOB} = 50°$; mes $\widehat{BOC}$ = 100°.

Calculer la mesure de chacun des angles du triangle ABC.

Exercice 14 :

On considère in triangle ABC isocèle en A, son cercle circonscrit C(O ;R) et D un point diamétralement opposé à B.

1- Démontrer que $\widehat{ADB} = \widehat{ABC}$

2- Démontrer que $\widehat{DCA}$ et $\widehat{ADB}$ sont complémentaires.

Exercice 15 :

R est un nombre tel que R > 0. On considère un cercle C(O ; r) . A, B et C sont trois point de (C) tels que BÂC=30°.

1- Calculer BÔC.

2- Pourquoi a-t-on $\widehat{BOC} = \widehat{OCB}$?

3- Calculer la mesure de ces angles.

Exercice 16 :

1. Tracer un cercle et un triangle ABC dont les sommets appartiennent à ce cercle.

2. La bissectrice de l'angle BÂC coupe l'arc $\widehat{BC}$ en un point I.

3. Démontrer que triangle BIC est isocèle en I.

Exercice 17 :

Deux cercles sont sécants en A et B. Une droite passant par A coupe ces cercles en M et N. Une autre droite passant par A coupe ces cercles en M' et N'. Démontrer que les angles $\widehat{MBN}$ et $\widehat{M'BN}$ ont même mesure.

CHAPITRE 4 : VECTEURS

Exercice1

L, O et U sont trois points non alignés du plan. S est le milieu du segment [OU].

1. Construis le point I tel que : $\overrightarrow{LI} = \overrightarrow{LO} + \overrightarrow{LU}$

2. Démontrer que $\overrightarrow{LO} + \overrightarrow{LU} = 2\overrightarrow{LS}$

Exercice 2

ABCD est un parallélogramme de centre O.

1- Construis cette figure.

2- Trouve les vecteurs égaux de la figure.

3- Donne les vecteurs opposés de la figure.

Exercice 3

ABCD est un parallélogramme de centre O.

Les points I, J, K et L sont les milieux respectifs des cotés [AB], [BC], [CD] et [DA].

1- Faire la figure.
2- Compléter les égalités suivantes :

$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=.......$ $\overrightarrow{AL}+\overrightarrow{AI}=.......$ $\overrightarrow{BO}-\overrightarrow{OD}=.......$

$\overrightarrow{AL}=.....\overrightarrow{CJ}$ $\overrightarrow{AC}=......\overrightarrow{CO}$ $\overrightarrow{OJ}=.......\overrightarrow{DC}$

Exercice 4

Soient A, B et C trois points distincts du plan.

1 - Construis le point E tel que : $\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$

2 - Construis le point P tel que : $\overrightarrow{BP}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AB}$

Exercice 5

Soient Q, U, A et D quatre points quelconques du plan. On note P, R, L et G les milieux respectifs de [QU], [UA], [AD] et [DQ].

1- Construis la figure.

2- Détermine la nature du quadrilatère PRLG.

Exercice 6

Soit O, A, B trois points distincts non alignés.

1- Construire les points C, D et E tels que : $\overrightarrow{A\mathbf{O}}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{A\mathbf{O}}+\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{BO}+\overrightarrow{BE}=\overrightarrow{BA}$.

2- Vérifier que les points C, O, D sont alignés, ainsi que E, B, D et C, A, E.

3- Préciser la position des points O, B et A.

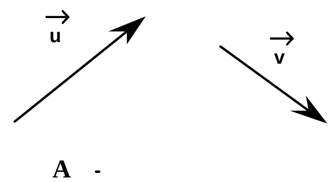
Exercice 7

Soit ABC un triangle et B' et C' les points définis par : AB’= 2/5 AB et AC’= 2/5 $\overrightarrow{AC}$.

Démontre que les droites (BC) et (B´C´) sont parallèles.

Exercice 8

Construction de la somme de deux vecteurs :



Construction d’un vecteur d'origine A et égal au vecteur $\vec{u}+\vec{v}$ de deux façons :

1. a. Construis le point B tel que $\overrightarrow{AB}=\vec{u}$ et le point C tel que $\overrightarrow{BC}=\vec{v}$. Justifie que $\overrightarrow{AC}=\vec{u}+\vec{v}$.

1. b. Construis le point D tel que $\overrightarrow{AD}=\vec{u}$ et le point E tel que $\overrightarrow{DE}=\vec{v}$.

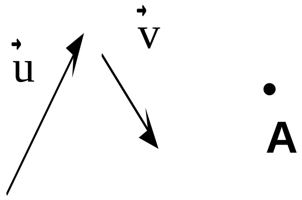
Que peux-tu dire des points E et C ? Conclus.

2. Sur une autre figure, construis le point I tel que $\overrightarrow{AI} = \vec{u}$, le point J tel que $\overrightarrow{AJ} = \vec{v}$ et le point C tel que AICJ soit un parallélogramme. Justifie que $\overrightarrow{AC} = \vec{u} + \vec{v}$.

Exercice 9

Soit ABCD un parallélogramme et O son centre. Calculer $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD}$.

Exercice 10



Construis les vecteurs d'origine A et égaux aux vecteurs : $\vec{u}+\vec{v}$ $\vec{u}-\vec{v}$ $-\vec{u}-\vec{v}$ $-\vec{u}+\vec{v}$

Exercice 11

Soit ABC un triangle quelconque

1. Construis les points E et F tels que : AE = 3AB et AF= 3AC

2. Démontre que les droites (BC) et (EF) sont parallèles (sans utiliser la réciproque de Thalès).

Exercice 12

1. Construis un hexagone régulier ABCDEF de centre O.

2. Complète les égalités suivantes en n'utilisant que des noms de points présents sur la figure.

$\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AB} =$ …… . $\quad \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BO} =$…… $\quad \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} =$ ……

$\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FA} + \overrightarrow{AB} =$ …. $\quad \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OE} + \overrightarrow{OC} =$ …. $\quad \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{DE} =$ ….

Exercice 13

Soit ABCD un parallélogramme.

1. Construis les points E, F, G et H tels que: $\overrightarrow{DE} = \frac{4}{3}\overrightarrow{DA}$; $\overrightarrow{AF} = \frac{5}{4}\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{BG} = \frac{4}{3}\overrightarrow{BC}$; $\overrightarrow{CH} = \frac{5}{4}\overrightarrow{CD}$.

2. Quelle est la nature du quadrilatère EFGH ?

Exercice 14

1. On considère un segment [AB] de milieu I. Démontrer que pour tout point M du plan $\vec{MA}+\vec{MB}=2\vec{MI}$.

2. ABC est un triangle, on suppose qu'il existe un point H tel que $\vec{HA}+\vec{HB}+\vec{HC}=\vec{0}$.

En utilisant le point I milieu de [AB], démontrer que H est un point de [IC]

Exercice 15

Soit ABC un triangle quelconque.

1. Construis les points M et N tels que : AM= $\frac{1}{3}$AB et AN= 3AC

2. Démontre que les droites (BN) et (MC) sont parallèles.

Exercice 16

Soit OAB un triangle.

1. Construis les points C et D définis par : $\overrightarrow{OC} = 4\,\overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{CD} = 4\,\overrightarrow{AB}$.

2. Démontre que les points O, B et D sont alignés

Exercice 17

ABCD est un parallélogramme et M est un point quelconque du plan.

Démontrer que MA + MC = MB + MD

Exercice 18

1. Construire le triangle ABC tel que AB = 5 cm, BC = 3 cm et AC = 4 cm.

2. On pose $\vec{u} = \vec{AB}$; $\vec{v} = \vec{AC}$. Construire $\vec{u} + \vec{v}$.

3. Placer le point E tel que $\vec{AE} = \vec{u} + \vec{v}$ puis diviser le segment [AE] en trois parties égales.

4. On pose $\vec{w} = \vec{BC}$. Construire $\vec{u} + \vec{v} + \vec{w}$.

5. Soit G un point tel que $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$. Démontrer que $\vec{AG} = \dfrac{\vec{AB} + \vec{AC}}{3}$ et construire G.

CHAPITRE 5 : REPÉRAGE DANS LE PLAN

Exercice 1 :

On considère un repère orthonormal (O, I, J). Soient $A(1;1)$ et $B(-1;-3)$.

1. Donnez une équation générale de la droite (D) passant par A et B.

2. En déduire l'équation réduite de cette droite.

3. Calculer la distance AB.

4. Donner une équation générale de la droite (D') de vecteur directeur $\vec{U}(-2;1)$ et passant par $C(2;1)$.

5. Montrer que les droites (D) et (D') sont perpendiculaires.

6. Représenter les deux droites (D) et (D') dans le repère orthonormal (O, I, J).

Exercice 2 :

1. Dans un repère orthonormal (O, I, J), place les points A (2 ; 1), B (1 ; - 2), C (- 3 ; 3) et D (-1 ; -1).

2. On considère le vecteur $\vec{U}$ (2, -1). Calcule les coordonnées des points A', B', C' et D' tels que :

AA' = BB' = CC'= DD'= $\vec{U}$. Place ces quatre points dans le repère orthonormal (O, I, J).

Exercice 3 :

Le plan est muni du repère orthonormal (O, I, J), on donne A (4 , - 6), B (10 , 8), C (0 , -2) et D (3 , 5).

1. Démontrer que AB et CD sont colinéaires.

2. Les vecteurs BD et CD sont-ils colinéaires ?

Exercice 4 :

Le plan est muni du repère orthonormal (O, I, J). On donne : A (- 1, - 1) et B (3, 1).

Trouve les coordonnées de deux vecteurs AC et AD orthogonaux au vecteur AB tels que $C \in$ (OJ) et $D \in$ (OI).

Exercice 5 :

Le plan est muni du repère orthonormal (O, I, J). On donne : AB (-1 ; - 4), CD (0; - 3), EF (2 ; 3).
Calcule le couple de coordonnées de : AB + CD ; AB + EF et CD + EF

Exercice 6 :

Le plan est muni du repère orthonormal (O, I, J). On donne les points A(- 3 ; -1), B(2 ;1) et C(1 ; y).
Calculer y pour que A, B et C soient alignés.

Exercice 7 :

Le plan muni d'un repère orthonormal (O, I, J).
Construis les droites (D_1) : x = - 2, (D_2) : x = 3, (D_3) : y = 3 et (D_4) : y = - 1,5

Exercice 8 :

Le plan est muni du R.O.N. (O, I, J).Dans chacun des cas suivants, calcule le coefficient directeur de la droite (AB) :

1) A (3, 5) et B (1, - 2)
2) A (- 1, - 4) et B (- 3, - 2)
3) A (0,5 ; 2) et B (0 ; -1,5)
4) A (3 ; 0) et B (- 3 ; 0,75)

Exercice 9 :

Le plan est muni du repère orthonormal (O, I, J). Dans chacun des cas suivants, trouve une équation de la droite (L) passant par le point A et parallèle à la droite (BC) :

1) A (1 ; 2), B (4 ; - 3) et C (- 3 ; 2)

2) A (5 ; - 3), B (- 1 ; 2) et C (3 ; 2)

3) A (3 ; - 1), B (1 ; 0) et C (1 ; 4)

Exercice 10 :

Le plan est muni du repère orthonormal (O, I, J). Dans chacun des cas suivants, trouve une équation de la droite (L) passant par le point A et perpendiculaire à la droite (BC) :

1) A (0 ; - 2), B (4 ; - 3) et C (1 ; - 2)

2) A (1 ; - 1), B (- 1 ; 2) et C (3 ; 2)

3) A (2 ; - 1), B (1 ; 3) et C (1 ; - 3)

Exercice 11 :

Le plan est muni du repère orthonormal (O, I, J). On donne A (3 ; 5), B (- 2 ; 2) et C (- 4 ; 3).

Trouve le couple de coordonnées du point D pour que ABCD soit un parallélogramme.

Exercice 12 :

Le plan est muni d'un R.O.N. On donne les points A (-2 ; -2), B (- 4 ; 4), C (2 ; 6) et D (4 ; 0).

1. Démontre que [AC] et [BD] ont même milieu.

2. Démontre que : AC = BD.

3. Démontre que $AC \perp BD$

4. Quelle est la nature du quadrilatère ABCD

Exercice 13 :

Le plan est rapporté à un repère orthonormal $(o, \vec{i}, \vec{j})$. Soit les points A (3 ; -2) ; B (1 ; 2) ; C (9 ; 1).

1. Placer les points A, B et C.
2. Déterminer les coordonnées des vecteurs AB, AC et BC puis les longueurs AB, AC et BC. En déduire que ABC est un triangle rectangle en A.
3.Déterminer les coordonnées du point I centre du cercle circonscrit au triangle ABC et son rayon R.
4. En posant ABC = α .Calculer $\sin\alpha$ et $\tan\alpha$.

Exercice 14 :

Le plan est muni du repère orthonormal (O, I, J). A (-1 ; 4), B (6 ; -1) et C (0 ; -3) sont 3 points.
Les points A' et B' sont les milieux respectifs de [BC] et [AC].

1. Déterminer une équation de chacune des médianes (AA') et (BB').
2. Déterminer le couple de coordonnées du point G, centre de gravité du triangle ABC.
3. Vérifier par un calcul que : GA +GB +GC = $\vec{O}$ et AG = $\frac{2}{3}$ AA'.

Exercice 15 :

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J). On donne A (-3; 3), B (5; -1) et C (5; 9).

1- Donne une équation de la droite (D) hauteur issue de C du triangle ABC
2- Détermine les coordonnées de K milieu [AB], puis vérifie que K appartient à (D).
3- Déduis-en la nature des triangles ABC et AKC.
4- (C) est le cercle circonscrit au triangle AKC, détermine les coordonnées de son centre L et la longueur de son rayon r.
5- Détermine les coordonnées de N symétrique de K par rapport à L. Quelle est la nature du quadrilatère AKCN ?
6- Montre que le point M (6 ; 6) appartient au cercle (C).

Exercice 16 :

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J).

1. Place les points A (3 ; 3) ; B (2 ;-1) ; C (-2 ;-2) et D (-1 ; 2)
2- Montre que [AC] et [BD] ont même milieu.
3- Montre que les droites (AC) et (DB) sont perpendiculaires.
4- Démontre que ABCD est un losange.
5- a. Détermine une équation réduite de la droite (Δ) passant par les points B et D.
b. Donne le coefficient directeur et l'ordonnée à l'origine de cette droite.
6- Montre que les points I et J appartiennent à (Δ).

Exercice 17 :

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J).

1- Construire les droites (D) et (D') d'équation respectives : $- x + y + 1 = 0$ et $x + y + 3 = 0$.
2- Montrer que les droites (D) et (D') sont perpendiculaires. Calculer les coordonnées de leurs points d'intersection A.
3- Calculer l'ordonnée du point B appartenant à (D) d'abscisse 4 ainsi que l'ordonnée du point C de (D') d'abscisse – 4.
4- a. Déterminer le rayon r et le centre K du cercle (C) passant par les points A, B et C.
b. Construis le cercle(C).
5- Déterminer les coordonnées du point H tel que: $\overrightarrow{BH} = \overrightarrow{AC}$.

CHAPITRE 6 : TRANSFORMATIONS DU PLAN

Exercice 1 :

1. Trace deux cercles *C* (O, r) et C'(O', R) sécants en A et B et tels que r <R.

Par A, trace une droite (D) qui recoupe C en E et C' en F. Par B, trace la droite (D') parallèle à la droite (D) ; elle recoupe *C* en H et C' en G.

2. a. Fais une conjecture sur la nature du quadrilatère EFGH.

b. Trace respectivement par O et O' les droites (Δ) et (Δ') perpendiculaires à (D) et (D').

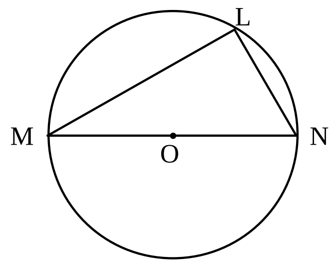
Vrai ou faux ?

F est l'image de E par l'action successive de la symétrie d'axe (Δ'), suivie de la symétrie d'axe (Δ).

c. Prouve la conjecture émise au 2) a).

Exercice 2 :

On fait subir à la figure suivante l'action successive de la symétrie par rapport à la droite (LM), suivie de la symétrie par rapport à la droite (LN). Construire directement la figure obtenue en utilisant les résultats du cours.



Exercice 3 :

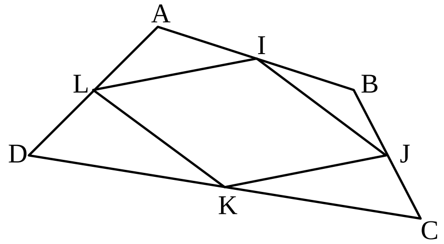
Refaire en plus grand la figure suivante dans laquelle I, J, K et L sont les milieux des côtés du quadrilatère ABCD.

1. Quelle est la nature du quadrilatère IJKL ? Justifie ta réponse.

2. a. Construis directement l'image du quadrilatère ABCD par l'action successive de la symétrie par rapport à I, suivie de la symétrie par rapport à L.

b. Quelle remarque peux-tu faire à propos de l'image de ABCD par l'action successive de la symétrie de centre J suivie de la symétrie de centre K ?

3. Construis directement l'image de ABCD, par l'action successive de la symétrie d'axe (LK), suivie de la symétrie d'axe (IJ).



Exercice 4 :

1. Trace un rectangle ABCD, puis son image par la rotation de centre A et d'angle 90° (on désignera par E, F et G les images respectives de B, C et D).

2. Construis l'image de toute la figure par l'action successive de :

a. La translation de vecteur $\overrightarrow{AG}$, suivie de la translation de vecteur $\overrightarrow{AE}$;

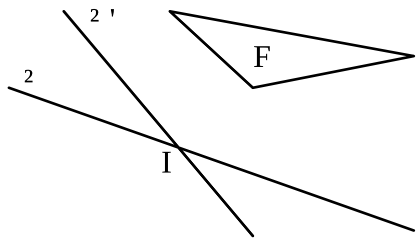
b. La symétrie par rapport à la droite (EA), suivie de la symétrie par rapport à la droite (CD) ;

c. La symétrie par rapport à D suivie de la symétrie par rapport à G.

Exercice 5 :

1. Construis l'image F_1 de la figure F par la symétrie par rapport à (Δ), puis l'image F_2 de F_1 par la symétrie d'axe (Δ').

2. Par quelle transformation passe-t-on de la figure F à la figure F_2 ?



Exercice 6 :

Soit un point A d'un cercle C (O ; r) et I le milieu de [OA].

Soit (D) la médiatrice de [OA] et (Δ) la tangente en A au cercle C.

Construire l'image du cercle *C* obtenue en appliquant la symétrie par rapport à (D), puis la symétrie par rapport à (Δ). Par quelle transformation obtient-on cette image du cercle C ?

Exercice 7 :

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

Soit les points A (6,5 ; 4), B (-2,5 ; -2) et (D) : $y = -1{,}5x + 4$.

1. Vérifier que la droite (D) passe par C (4 ;-2).

2. Déterminer l'équation de (AB) et vérifier que (AB) ne passe pas par l'origine.

a. Démontrer que (AB) est perpendiculaire à (D).

b. Déterminer les coordonnées du point E commun à (AB) et (D).

3. Soit le point M (-1 ; 3) et soit M' le point obtenu en appliquant à M la symétrie par rapport (AB) suivie de la symétrie par rapport à (D). Démontrer que E est le milieu de [MM'] et en déduire les cordonnées de M'.

4.Soit N le point obtenu en appliquant à M la symétrie de centre O suivie de la symétrie de centre E.

a. Démontrer que $\vec{MN} = \vec{OE} + \vec{OE}$.

b. Déterminer les coordonnées du point N.

Exercice 8 :

Place trois points A, O_1 , O_2 . Soient A' le symétrique de A par rapport à O_1 et A'' le symétrique de A' par rapport à O_2 .

1- Tracer les segments $[O_1O_2]$ et [AA''].

2- Prouver que (O_1O_2) et (AA') sont parallèles.

3. Il y a une transformation plus rapide pour passer de A à A'' (sans passer par A'). Laquelle ?

Exercice 9 :

Soit ABC un triangle quelconque.

1- Construis l'image B' de B par la rotation de centre C et d'angle $A\hat{C}B$ dans le sens direct.

2- Construis l'image A_1 de A par rotation de centre C et d'angle $A\hat{B}C$ dans le sens direct.

Exercice 10 :

Faire une figure dans laquelle I, J, k et L sont les milieux des cotés du quadrilatère ABCD.

1- Quelle est la nature quadrilatère IJKL ? Justifie ta réponse.

2- a. Construis directement l'image du quadrilatère ABCD par l'action successive de la symétrie par rapport à I, suivie de la symétrie par rapport à L.

b. Quelle remarque peut tu faire à propos de l'image de ABCD par l'action successive de la symétrie de centre J suivie de la symétrie de centre K ?

3- Construis directement l'image de ABCD, par l'action de la symétrie d'axe (LK), suivie de la symétrie d'axe (IJ).

Exercice 11 :

1. Tracer un rectangle ABCD ,puis son image par la rotation de centre A et d'angle 90°(on désignera par E,F et G les images respectives de B,C et D).

2. Construire l'image de toute la figure par l'action successive de :

a) la translation de vecteur $\overrightarrow{AG}$, suivie de la translation de vecteur $\overrightarrow{AE}$.

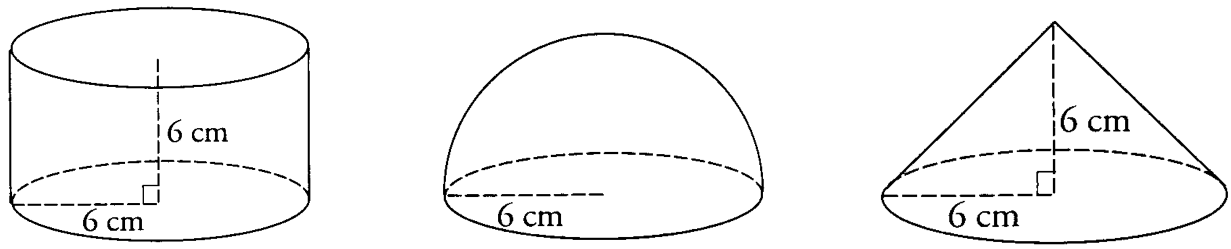
b) la symétrie par rapport à la droite (EA), suivie de la symétrie par rapport à la droite (CD)

c) la symétrie par rapport à D suivie de la symétrie par rapport à G.

CHAPITRE 7 : GÉOMÉTRIE DANS L'ESPACE

Exercice n°1

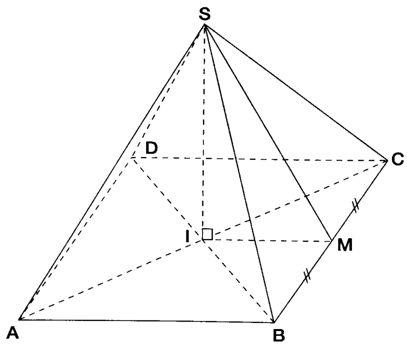
On considère le cylindre, la demi-boule et le cône représentés ci-dessous :



1. Vérifier au moyen d'un calcul que le volume V_1 du cylindre, exprimé en cm^3, est égal à 216π et que le volume V_2 de la demi-boule, exprimé en cm^3, est égal à 144π.
2. Calculer en cm^3 le volume V_3 du cône sous la forme $k\pi$ (k étant un nombre entier).
3. On constate que $V_2 = 2V_3$. En utilisant le formulaire donné ci-dessous, justifier ce résultat.

Exercice n°2

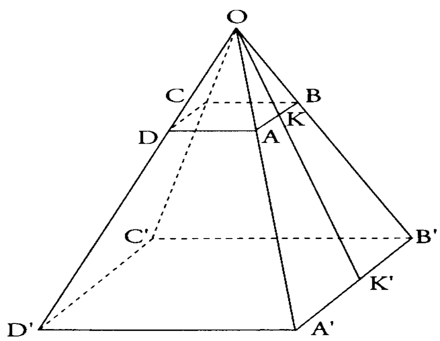
SABCD est une pyramide régulière dont la base est le carré ABCD de côté 5 cm et de centre I. La hauteur [SI] de la pyramide a pour longueur SI = 3 cm.



1. Calculer le volume de la pyramide.
2. Soit M le milieu de l'arête [BC]. Démontrer que la longueur IM = 2,5 cm.
3. On admet que le triangle SIM est rectangle en I.
a. Calculer tan (MSI).
b. En déduire la mesure de l'angle MSI à 1° près.

Exercice n°3

Un abat-jour a la forme d'une pyramide régulière de sommet O. Sa base est un carré ABCD de côté 60cm. AO= 50 cm.



1. Quelle est la nature du triangle OAB?

2. K est le milieu du segment [AB].

a. Quelle est la nature du triangle AOK ? Pourquoi ?

b. Calculer sin (AOK) puis donner la valeur de l'angle AOK arrondie au degré prés.

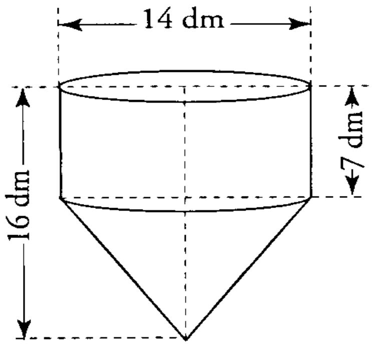
Angle	36°	37°	38°	39°
Sinus	0,588	0,602	0,616	0,629

d. En déduire une valeur approchée de l'angle AOB.

Exercice n°4

Le château d'eau de la SDE situé à Darou est formé d'une partie cylindrique et d'une partie conique.

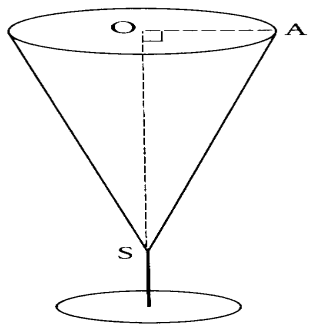
1. Donner, en dm^3, le volume exact de la partie cylindrique en utilisant le nombre π
2. Donner, en dm^3, le volume exact de la partie conique en utilisant le nombre π
3. Donner le volume exact du réservoir, puis sa valeur arrondie à 1 dm^3 près.
4. Ce réservoir peut-il contenir 1000 litres? Justifier la réponse.



Exercice n°5

On considère le verre ayant la forme d'un cône de hauteur OS = 12 cm et de rayon OA = 3 cm.

1. Montrer que le volume de ce verre est égal à 36π cm^3.
2. Avec un litre d'eau, combien de fois peut-on remplir ce verre entièrement ?
3. Si on remplit ce verre d'eau aux 5/6 de sa hauteur, quel est alors le volume d'eau utilisée ?
4. Calculer la mesure de l'angle OSA (donner la valeur arrondie au degré près).



Exercice n°6

La figure 1 représente le pommeau de levier de vitesse d'une automobile.

Il a la forme d'une demi-boule surmontant un cône dont on a sectionné l'extrémité comme l'indique la figure 2, on appelle (C_1) le cône dont la base est le cercle de rayon [AH] et (C_2) le cône dont la base est le cercle de rayon [EK]. Ces deux cercles sont situés dans des plans parallèles.

On pose : SK = 4 cm ; SH = 10 cm ; AH = 2 cm.

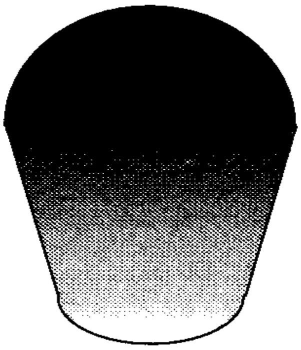


Figure 1

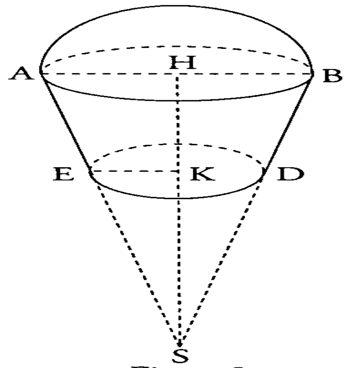


Figure 2

1. En se plaçant dans le triangle SAH, calculer la tangente de l'angle ASH, en déduire une valeur approchée de l'angle ASH.

2. En se plaçant dans le triangle rectangle ESK et en utilisant la tangente de l'angle $E\hat{S}K$, montrer que : EK = 0,8.

3. a. Calculer les volumes V_1 et V_2 des cônes (C_1) et (C_2).

b. Calculer le volume V_3 de la demi-boule.

c. Déduire des résultats précédents le volume du pommeau.

Exercice n°7

Un cube a des arêtes de 8cm. Un cône de révolution a une base de 8cm de diamètre et une hauteur de 8cm.

1. Calculer le volume du cube.

2. a. Calculer la valeur exacte du volume du cône.

b. Quel est le volume du cône arrondi au cm3 ?

3. On place le cône à l'intérieur du cube. Occupe-t-il plus de 30 % du volume du cube ? Justifier.

Exercice n°8

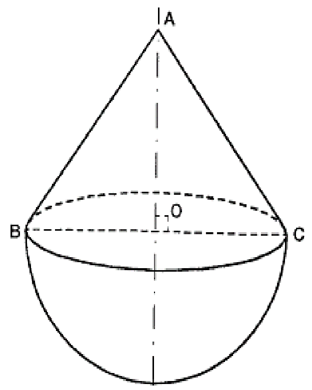
Un jouet a la forme d'une demi-boule surmontée d'un cône de révolution de sommet A, comme l'indique la figure ci-contre. Le segment [BC] est un diamètre de la base du cône ; le point O est le centre de cette base. On donne AB = 7cm et BC = 6cm.

1. a. Construire en vraie grandeur le triangle rectangle AOB.

b. Calculer la valeur exacte de AO.

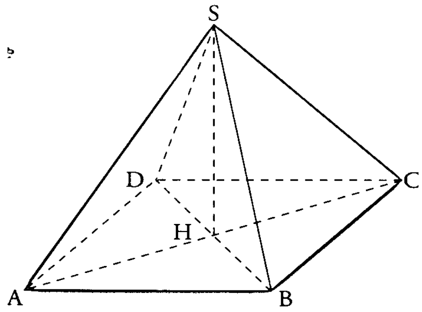
c. Calculer la valeur exacte du sinus de l'angle $B\hat{A}O$. En déduire une mesure de l'angle $B\hat{A}O$.

2. Calculer le volume de ce jouet, cône et demi-boule réunis (donner le résultat arrondi au cm^3 près).



Exercice n°9

Un flacon a la forme d'une pyramide régulière SABCD. Sa base est un carré dont les diagonales mesurent 12 cm. Sa hauteur [SH] mesure aussi 12 cm. AC = BD = 12 ; SH = 12.



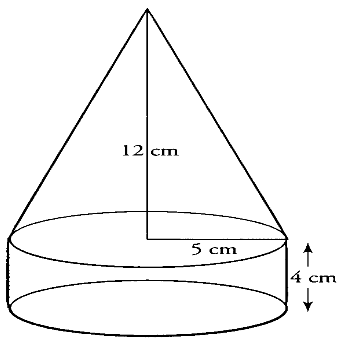
1. a. Représenter en vraie grandeur le triangle SAC.
b. Calculer la valeur exacte de SA.
c. Calculer la mesure, arrondie au degré, de l'angle $S\hat{A}C$.
2. a. Calculer l'aire de la base ABCD de la pyramide.
b. En déduire le volume de la pyramide SABCD.

Exercice n°10

La case ci-dessous est constituée d'un cylindre et d'un cône ayant une base commune dont le rayon mesure 5 cm. La hauteur du cône mesure 12 cm, celle du cylindre mesure 4 cm. On désigne par V_1 le volume du cône, par V_2 le volume du cylindre, et V_T est le volume total de la case.

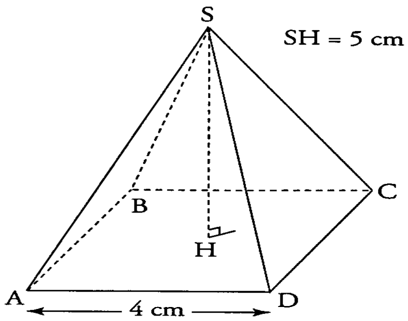
1. Calculer les valeurs exactes de V_1 et V_2. Vérifier que $V_1 = V_2$.

2. En déduire la valeur exacte du volume total V_T puis en donner une valeur arrondie au cm^3.



Exercice n°11

Une pyramide régulière est représentée ici en perspective :
1. Sur le solide SABCD, nommer les arêtes de même longueur que [SA].
2. Quelle est la nature de la face ABCD ? Expliquer.
3. Calculer le volume de la pyramide SABCD.



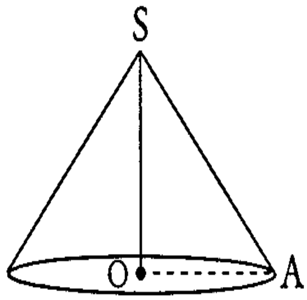
Exercice n°12

La figure ci-dessous représente le chapeau d'un berger. Elle a la forme d'un cône de hauteur SO = 20 cm et de base le cercle de rayon OA = 15 cm.

1. Calculer, en cm^3, le volume de ce cône; on donnera la valeur exacte sous la forme $k\pi$ ($k \in \mathbb{N}$).

2 .Montrer que SA = 25 cm.

3. L'aire latérale de ce cône est donnée par la formule $\pi \times R \times SA$. (R désigne le rayon de la base). Calculer cette aire.



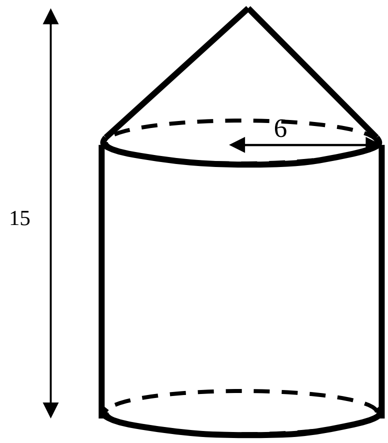
Exercice n°13

Un grenier d'une hauteur totale de 15m est formée d'une tour cylindrique de rayon 6m, surmontée d'un toit conique.

1. Quelle est la hauteur de la tour, sachant qu'elle est égale aux deux tiers de la hauteur totale ?

2. Trouver la valeur exacte de l'aire de la face latérale de la tour cylindrique.

3. Quel est le volume total du grenier? Donner la valeur exacte, puis une valeur approchée au mètre cube prés.



SUJETS DE B.F.E.M

MATHEMATIQUES

M. Bèye professeur de Mathématiques au C.E.M. Abdoulaye Mar Diop
Ile Nord Saint – Louis
Site web : www.cem-abdoumardiop.edu.sn
Mail : rescoben1@hotmail.fr ou rescobengo@gmail.com

A vos Marques

CE RECUEIL EST DESTINE AUX ELEVES DE TROISIEME

Epreuves de B.F.E.M : Mathématiques

EXAMEN DU B.F.E.M. - SESSION DE JUILLET 1990

I- ACTIVITES NUMERIQUES :

Exercice

On considère les fonctions numériques suivantes:

$f(x) = x^2 + (2 - 2x)(x - 3) - 1$

$g(x) = (5x - 7/2)^2 - 9/4$

$h(x) = (x+1)(\sqrt{2}x - 2) + (x+3)(x - 3)$

1. Factorise f(x) puis g(x).
2. Développe, réduis et ordonne h(x).
3. Résous dans ID puis dans $\mathbb{Q}$ $(x-1)(-x+7) = (5x-5)(5x-2)$
4. On pose $q(x) = 5(x-1)(-x \quad 7)/(5x-5)(5x-2)$

a. Détermine la condition d'existence de q(x), puis donne q'(x) l'expression simplifiée de q(x).

b. Détermine $q'(\sqrt{2})$ et rend rationnel son dénominateur.

c. Résous dans IR $q(x) = -1/5$; $|q'(x)| = 1$ et $(x-1)(-x+7) \leq 0$.

II- ACTIVITES GEOMETRIQUES

Exercice 1

1. Construis le triangle ABC tel que AB = 5 cm, BC = 3 cm et AC = 4 cm.
2. On pose u = AB ; v = AC. Construis u + v.
3. Place E tel que AE = u + v et divise le segment [AE] en 3 parties égales.
4. On pose w = BC. Construis u + v + w.
5. Soit G un point du plan tel que GA + GB + GC = 0.Démontre que 3AG = AB +AC et construis G.

Exercice 2

Dans un plan muni d'un R.O.N.

Place les points I (1; 0), J (0 ; 1) et trace la droite (D) d'équation : $x + y - 3 = 0$.

1. Calcule la distance IJ et place le point H $(-3; \sqrt{2})$.
2. Détermine le point A, intersection de (D) avec l'axe des abscisses.
3. Détermine le point B, intersection de (D) avec l'axe des ordonnées.
4. Détermine K tel que HBAK soit un parallélogramme.
5. En utilisant le théorème de Thalès ou sa réciproque montre que (D) est parallèle à (IJ).
6. Détermine les coordonnées de I' image de I par la symétrie orthogonale d'axe (D).
7. a. Détermine les coordonnées de N centre du cercle circonscrit au triangle IJI'.

b. Calcule le rayon R de ce cercle.

8. Calcule cos BAI.

EXAMEN DU B.F.E.M. - SESSION DE JUILLET 1991

I- ACTIVITES NUMERIQUES :

Exercice 1 :

On donne : $A = (\sqrt{2} - 3)^2$ et $B = \dfrac{5\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2} + 1}$

1. Calcule A puis rend rationnel le dénominateur de B.
2. Donne l'écriture simplifiée de $\sqrt{B}$.
3. Résous dans IR l'équation : $(\sqrt{2} + 1)x^2 - 5\sqrt{2} + 1$

Exercice 2 :

On considère les expressions :

$f(x) = (2x - 7)(3 - 4x) + (4x - 14)(3x - 2)$ et $g(x) = 9(-x + 1)^2 - (x + 4)^2$

1. Développe, réduis puis ordonne f(x) et g(x).
2. Détermine $f(0)$; $f(2 + \sqrt{3})$; $g(-2)$.
3. a. Donne une factorisation des expressions f (x) et g (x).

b. Déduis-en la résolution dans IR des équations $f(x) = 0$; $g(x) = 0$.

II- ACTIVITES GEOMETRIQUES :

Exercice 1

1. a. On considère un triangle ABC rectangle en B tel que : AC = 7 cm ; BC = 4 cm ; fais une figure.

b. Calcule AB.

c. Calcule sin BAC et trouve sa valeur approchée à 10^{-3} près par défaut.

2. Soit I milieu de [BC] et M celui de [AC].

a. Démontre que (IM) et (AB) sont parallèles.

b. Montre que (IM) est la médiatrice de [BC].

Exercice 2

On considère dans le plan, le repère orthonormal (O, I, J) et les points suivants dans ce repère.
A (−2 ; 3) ; B (4 ; 7) et C (1 ; 5).

1. Ecris les vecteurs AB et BC en fonction des vecteurs i et j.
2. Montre que les points A, B et C sont alignés.
3. a. Trouve les coordonnées de D tel que BCOD soit un parallélogramme.

b. Déduis-en les coordonnées de son centre I.

4. Trouve une équation de la droite (BD).
5. Soit E le symétrique de C par rapport à D, détermine les coordonnées de E.
6. Soit F l'image de B par la translation de vecteur DC, détermine les coordonnées de F.

EXAMEN DU B.F.E.M. - SESSION DE JUILLET 1992

I- ACTIVITES NUMERIQUES :

Exercice 1

On considère les expressions : $f(x) = x^2 - x$ et $g(x) = 1 - 2x$

1. Calcule les réels $r_1 = f(\sqrt{8})$ et $r_2 = g(\sqrt{2})$
2. a. Calcule le réel $r_1 = f(\sqrt{8}) + g(\sqrt{2})$

b. Donne un encadrement de r d'amplitude 0,01 sachant que : $1,414 < \sqrt{2} < 1,415$.

3. Soit le réel $q = \frac{r_1}{r_2}$. Montre que q peut s'écrire sous la forme $a\sqrt{b}$ avec $a \in \mathbb{Z}$ et $b \in \mathbb{N}$.

Exercice 2

On considère l'expression : $h(x) = (2x - \sqrt{3})^2 + 2(2x - \sqrt{3})(1 + \sqrt{3}) + (1 + \sqrt{3})^2$

1. Montre que h(x) est le carré d'une expression.
2. Résous dans IR, l'équation : $\sqrt{h(x)} - 7 = 0$
3. Soit l'expression k définie sur IR par : $k(x) = \sqrt{h(x)} - 1$

a. Sur quelle intervalle de IR, k est-elle une application linéaire ?

b. Sur quelle intervalle de IR, k est-elle une application affine ?

c. Représente graphiquement k dans un repère orthonormal (O ; I ; J).

II- ACTIVITES GEOMETRIQUES :

Exercice 1

1. Construis le triangle rectangle en A, avec les dimensions suivantes : AB = 8cm et AC = 6cm.
2. Calcule BC puis cos ABC.
3. Place le point M tel que $AM = \frac{1}{3}AB$.
4. La parallèle à (BC) passant par M coupe (AC) en N.

a. Compare les rapports $\frac{AM}{AB}$ et $\frac{AN}{AC}$

b. Déduis-en que $AN = \frac{1}{3}AC$.

Exercice 2

Le plan est rapporté à un repère orthonormal (o, i, j).

1. Construis la droite (Δ) d'équation $x - 2y + 6 = 0$.
2. Place le point A de coordonnées (−5 ; 8). Justifie que A n'appartient pas au demi-plan ouvert de bord (Δ) contenant le point O.
3. Soit B le point de coordonnées (1 ; −4), calcule les coordonnées de K milieu de [AB].
4. Démontre que A et B sont symétriques par rapport à (Δ).

EXAMEN DU B.F.E.M. - SESSION DE JUILLET 1993

I- ACTIVITES NUMERIQUES :

Exercice 1

1. Ecris l'expression $B = 2\sqrt{75} - 4\sqrt{48} + 7\sqrt{192}$ sous la forme $B = a\sqrt{b}$; a et b étant deux réels qu'on déterminera.
2. Calcule la valeur numérique de l'expression suivante : $C = \frac{2x}{2-x} - \frac{2-x}{x}$ pour $x = 2 - \sqrt{3}$

Exercice 2

Soient a et b deux réels et le système de deux équations à deux inconnues suivants :

$$\begin{cases} -2ax - y - 5b = 0 \\ -2bx - y - 3a = 0 \end{cases}$$

1. Détermine les réels a et b pour que le couple (2 ; −1) soit solution de ce système.
2. Remplace, dans ce système, a et b par les valeurs trouvées et résous dans IR^2 le système

$$\begin{cases} -2ax - y - 5b = 0 \\ \sqrt{3}x + y = 3 \end{cases}$$

II. ACTIVITES GEOMETRIQUES :

Un plan P est rapporté à un repère orthonormal (O; I; J).

1. a. Place dans ce plan les points A, B, C donnés par leurs coordonnées suivantes :
A (−1,5 ; 2) ; B (1,5 ; −2) ; C (6,5 ; 8) et
b. Montre que O est le milieu de [AB].
2. Calcule les distances AB ; AC et BC et montre que le triangle ABC est rectangle.
3. Soit H la projection orthogonale A sur la droite (BC). Calcule BH ; CH et AH (on utilisera les relations métriques dans le triangle rectangle).
4. Soit B' et C' respectivement les projetés orthogonaux des points B et C sur l'axe des ordonnées.
a. Calcule BH/BC et BO/BC
b. Montre avec précision que l'on peut en conclure que H appartient à l'axe des abscisses.

EXAMEN DU B.F.E.M. - SESSION DE JUILLET 1994

I- ACTIVITES NUMERIQUES :

A. Voici les tailles (en cm) des vingt cinq élèves d'une classe de 3ème :
165 – 145 – 150 – 150 – 166 – 165 – 160 – 158 – 162 – 165 – 158 – 165 – 162 – 154 – 158 – 160 – 162 – 154 – 165 – 160 – 160 – 158 – 154 – 158 - 160.

a. Recopier et compléter le tableau suivant :

Tailles en cm	145	150	154	158	160	162	165	166
Effectifs	1	2	3					

b. Calculer la taille moyenne.

c. Recopier et compléter le tableau suivant :

Classes	$[145;153[$	$[153;161[$	$[161;169[$
Centres des classes			
Effectifs			

d. Représenter l'histogramme des effectifs.

e. Calculer la taille moyenne.

B. 1. Résoudre dans IR² $\begin{cases} x+2y=625 \\ 6x+13y=3975 \end{cases}$

2. Tante Adja dit à sa fille : « avec 6250 F cfa j'achetais 10 kg de pomme de terre et 20 kg d'oignons. Après la dévaluation du franc cfa, je dois payer 7950 F cfa pour avoir les mêmes quantités. » .
Trouver le prix d'un kg de pommes de terre et celui d'oignons avant la dévaluation sachant que ces prix ont été multipliés respectivement par 1,2 et 1,3 après la dévaluation.

ACTIVITES GEOMETRIQUES

A. On donne un triangle ABC rectangle en A tel que $AC = \sqrt{3} - 1$ et $BC = 2\sqrt{2}$

a. Calculer AB² puis en déduire que $AB = \sqrt{3} + 1$

b. En déduire l'aire du triangle ABC.

c. Calculer $\dfrac{1}{AC}$ sans radical au dénominateur.

d. Encadrer $\dfrac{1}{AC}$ à 0,01 sachant que $1,73 < \sqrt{3} < 1,74$.

B. Dans le plan muni d'un repère orthonormal, on considère les points A (6 ;-1), B (2 ; -2), C (5 ; 3).

1. Placer les points A ; B ; C et montrer que les vecteurs AB et AC sont orthogonaux.
2. Calculer les longueurs AB ; AC ; BC et en déduire la nature du triangle ABC.
3. a. (C) étant le cercle circonscrit au triangle ABC, déterminer les coordonnées de I centre de (C).
b. Calculer le rayon de (C).
4. Calculer le sinus et la tangente de l'angle ABC. En déduire la mesure de l'angle ABC.

EXAMEN DU B.F.E.M. - SESSION DE JUILLET 1995

ACTIVITES GEOMETRIQUES

Exercice :

1. On considère un segment [AB] de milieu I, démontrer que pour tout M du plan, MA + MB = 2MI
2. ABC est un triangle, on suppose qu'il existe un point H tel que HA + HB + HC = 0.
En utilisant I, milieu de [AB], démontrer que H est un point de [IC].

Problème :

Soit un cône de sommet S et de base le cercle (C) de centre O et de rayon r = a.
La distance OS est égale à 2a.

1. Calculer en fonction de a le volume du cône.
2. Soit T un point qui décrit le cercle (C) ; calculer une mesure, selon le degré, de l'angle OST .
3. NPQR est un carré inscrit dans le cercle de base (C). Calculer en fonction de a le volume et l'aire totale de la pyramide régulière de sommet S et de base NPQR.

ACTIVITES NUMERIQUES

Exercice :

Résoudre algébrique le système (S) défini par : $(S)\ \begin{cases} x - y - 1 = 0 & (1) \\ 2x - y + 2 = 0 & (2) \\ -x + 3y + 9 = 0 & (3) \end{cases}$

Interpréter géométriquement votre réponse. Le plan est rapporté à un repère orthonormal (O, I, J).

Problème :

On considère les expressions suivantes :

$A(x) = (15x + 10)(-x + 5) - (12x + 8)(-7x + 2) - 5(9x^2 + 6x)$ et $B(x) = (7x + 18)^2 - (-x + 1)^2$

1. Factoriser A(x) puis B(x).
2. On considère l'expression q(x) définie par $q(x) = A(x)/B(x)$

a. Simplifier l'écriture de q(x).

b. Résoudre les équations suivantes : $q(x) = 0$; $q(x) = 1/2$

c. Calculer la valeur exacte de $q(\sqrt{2})$ (sans radical au dénominateur).

En déduire une valeur approchée à 10^{-3} près par défaut de $q(\sqrt{2})$ sachant que $1{,}414 < \sqrt{2} < 1{,}415$.

EXAMEN DU B.F.E.M. - SESSION DE JUILLET 1996

ACTIVITES NUMERIQUES

1. Résoudre graphiquement dans un R.O.N. le système d'inéquations à variables réelles suivant :

$\begin{cases} 2x - 3y + 5 \geq 0 \\ x + 2y - 2 \leq 0 \end{cases}$

2. On pose $A = 2x - 3$

a. Calculer A^2

b. Déduire de a), une factorisation de $g(x) = 4x^2 - 12x + 8$.

c. Résoudre dans IR, $g(x) = 0$.

3. Le prix à payer pour un trajet en taxi comprend une prise en charge et une somme proportionnelle au nombre de kilomètres parcourus. Ali a payé 500 F pour un trajet de 4 km ; Doudou a payé 725 F pour un trajet de 8,5 km.

a. Déterminer le prix du km et le montant de la prise en charge.

b. Déterminer l'application qui définit la somme à payer en fonction du nombre de km parcourus.

c. Représenter graphiquement une telle application dans un repère orthonormal.

d. Déterminer graphiquement le prix à payer pour 10 km.

ACTIVITES GEOMETRIQUES

Exercice 1 :

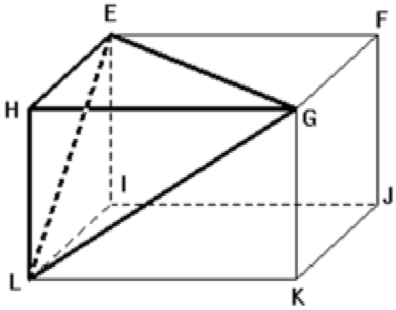
Dans un plan muni d'un repère orthonormal, on donne les points A, B, C de coordonnées respectives A (6 ; −1), B (2 ; −2), C (5 ; 3).

1. Placer les points A ; B ; C.
2. Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont orthogonaux.
3. Calculer les longueurs AB ; AC et BC.
4. Quelle est la nature du triangle ABC ?
5. Soit (C) le cercle circonscrit au triangle ABC. Déterminer les coordonnées de K, centre de ce cercle. Calculer son rayon.
6. Calculer le sinus et la tangente de l'angle ABC.

Exercice 2 :

EFGHUJKL est un parallélépipède rectangle tel que EF = 8 cm ; EH = 6 cm et HK = 4 cm.

1. Calculer le volume du parallélépipède.
2. Calculer EG.
3. Calculer l'aire du triangle EGH.
4. Calculer le volume de la pyramide de base EGH, de sommet L.



EXAMEN DU B.F.E.M. - SESSION DE JUILLET 1997

ACTIVITES NUMERIQUES

Exercice I

1. Calculer l'expression $X = \sqrt{500} + 3\sqrt{5} - 3\sqrt{45}$. Donner le résultat sous la forme $a\sqrt{b}$ où a et b sont des entiers.
2. On donne deux réels A et B tels que $A = 2 + \sqrt{6}$ et $B = 1 - \sqrt{6}$. Calculer A² et B², puis A × B. Donner chaque résultat sous la forme $p + q\sqrt{6}$ où p et q sont des entiers relatifs.

Exercice II

Sur une période donnée les recettes d'une essencerie se répartissent comme suit :

Carburant	Essence ordinaire	Essence super	Gasoil	Mélange
% de toutes les recettes	30 %	25 %	40 %	5 %

1. Représenter cette série par un diagramme semi-circulaire.
2. Si l'essence ordinaire vendue a rapporté 126000 F et que 42L de mélange ont été vendus, trouver :

a. La somme rapportée par le gasoil.

b. Le prix du litre de mélange.

ACTIVITES GEOMETRIQUES

Exercice I

On considère dans un repère orthonormal (O; I; J), les points suivants :

A (− 4 ; 4) ; B (− 9 ; −6) ; C (1 ; − 1) et D (6 ; 9).

1. Donner les composantes des vecteurs AB et DC, puis la nature du triangle ABC.
2. Quelle est la nature du quadrilatère ABCD ? (Justifier la réponse.)
3. Montrer que le point E (2 ; − 8) est symétrique de A par rapport à (BC).

Exercice II

Soit ABC un triangle rectangle en A tel que AB = 8 cm et AC = 4 cm.

1. Calculer BC puis faire la figure.
2. Soit H le projeté orthogonal de A sur [BC].

On donne : AB² = BH × BC et AC² = CH × BC. Calculer BH, CH puis AH.

3. La parallèle à la droite (AH) passant par C coupe (AB) en E. Calculer AE puis en déduire EC.
4. Calculer sinE.
5. Faire une figure complète.

EXAMEN DU B.F.E.M. - SESSION DE JUILLET 1998

Exercice 1

Assane et Ousseynou désirent acheter en commun un magnétophone qui coûte 20000 frs. Les économies d'Ousseynou représentent les 4/5 de celles d'Assane. S'ils réunissent leurs économies, il leur manque 2720 frs pour pouvoir effectuer leur achat.

1. En prenant x et y comme économies respectives de Assane et Ousseynou, mettre ce problème sous la forme d'un système d'équations du premier degré à deux inconnues.
2. Calculer alors le montant des économies de chacun des deux garçons.

Exercice 2

1. On donne l'expression $A = \sqrt{121} - 2\sqrt{112} + \sqrt{63} - \sqrt{81}$

Ecrire A sous la forme $a + b\sqrt{c}$ ($a \in \mathbb{Z}$; $b \in \mathbb{Z}$; $c \in \mathbb{N}$)

2. Soit l'expression B (x) = $x^2 - 1 + (x + 7)(2x - 2)$

a. Factoriser B (x).

b. Développer, réduire et ordonner B (x).

3. Soit l'expression $q(x) = \dfrac{B(x)}{(x-1)(x+7)}$

a. Etablir la condition d'existence de q (x) et la simplifier.

b. Calculer q (x) pour x = 1 et pour x = $\sqrt{2}$ (sans radical au dénominateur).

Exercice 3

I. ABCD est un trapèze rectangle de base [AB] et [DC] tels que :AB = 6cm; DC = 4cm et AD = 3cm. Calculer l'aire de ce trapèze.

II. Une pyramide de sommet S et de base le trapèze ABCD a pour hauteur SA = 8 cm.

1. Faire une figure soignée.
2. Préciser la nature du triangle SAB et calculer SB.
3. Calculer le sinus de l'angle ABS.

III. Un plan P sectionne la pyramide ABCDS parallèlement à sa base ABCD à 1/3 de sa hauteur [SA] (à partir de A) et coupe respectivement les arêtes [SA] ; [SB] ; [SC] et [SD] en I ; J ; K et L.

1. Compléter votre figure et préciser la nature de la section IJKL.
2. Montrer que IJ/AB = 2/3 et en déduire IJ.
3. Calculer le volume de la pyramide ABCDS. En déduire le volume de la pyramide IJKLS.

EXAMEN DU B.F.E.M. - SESSION DE JUILLET 1999

Exercice N°1

Dans le registre des consultations du dispensaire d'un village, on a relevé les cas de paludisme et obtenu le tableau suivant :

Mois	Jan	Fév	Mars	Avril	Mai	Juin	Juil	Aout	Sept	Oct	Nov	Dec
Nombre de cas de paludisme												

1. Ajouter au tableau la ligne des effectifs cumulés croissants.
2. Tracer le diagramme en bâtons de cette série (1 cm représente 10 malades).
3. Représenter graphiquement la courbe des effectifs cumulés croissants (2 cm représentent 50 malades) puis déterminer la période médiane (le mois) pendant laquelle 50% des malades ont été consultés.
4. En moyenne combien y-a-t-il de malades du paludisme par mois ?
5. Le paludisme est la maladie qui tue le plus au Sénégal. Sachant que 10,5% des malades du paludisme sont décédés et qu'ils représentent 75% de l'ensemble des cas de décès annuels du dispensaire, calculer :

a. le nombre annuel de décès de malades du paludisme.
b. le nombre total annuel de malades décédés de ce dispensaire.

Exercice N°2

On donne 3 points du plan, E, G et H alignés, dans cet ordre, sur une droite (d) tels que :
EG =1 et EH = x ; $x \in IR^{*}_{+}$
Sur une droite (Δ) passant par E et distincte de (d) on prend deux points M et N tels que (GM) soit parallèle à (HN) et un point F de (d) tel que (FM) soit parallèle à (GN).
1. Faire la figure.
2. Montrer que $EG^2 = EF \times EH$.
3. Calculer EF en fonction de x.

Exercice N° 3

1. On pose : $a = 1 + \sqrt{5}$; $a = 1 - \sqrt{5}$; calculer a^2 et b^2.
2. Simplifier $c = \dfrac{1+\sqrt{5}}{6+2\sqrt{5}}$, puis rendre rationnel son dénominateur.
3. Effectuer le produit a × c. Que représente a pour c ?
4. Montrer que $d = \dfrac{2-\sqrt{12}}{\sqrt{4-2\sqrt{3}}}$ est un entier relatif que l'on déterminera.

EXAMEN DU B.F.E.M. - SESSION DE JUILLET 2000

I. /ACTIVITES NUMERIQUES

Exercice 1

Résoudre dans IR l'inéquation suivante : $(2x - 3)(-3x + 1) \leq 0$.

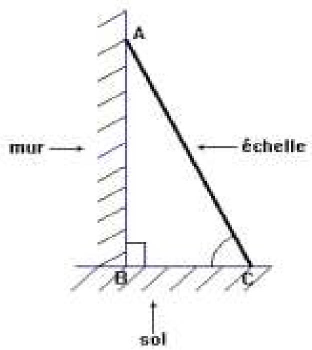
Exercice 2

u et v sont deux applications affines définies dans IR telles que : $u(x) = |x+2|$ et $v(x) = |1-2x|$.
1. Montrer que u et v sont deux applications affines par intervalles.
2. Pour quelles valeurs de x a-t-on u (x) = v (x) ?
3. Construire les représentations graphiques de u et v dans l'intervalle $[-2 ; \frac{1}{2}]$, dans un R.O.N (O;I;J)

II. /ACTIVITES GEOMETRIQUES

Exercice 1

Une échelle est appuyée contre un mur vertical et fait un angle de 72° avec le sol horizontal.
Le pied de l'échelle est à 1,5 m du mur (voir figure ci-contre).
1. Calcule la longueur de l'échelle en prenant cos 72° = 0,3.
2. Déterminer, à 10^{-1} prés, la hauteur à laquelle se trouve le point d'appui de l'échelle au mur.



Exercice 2

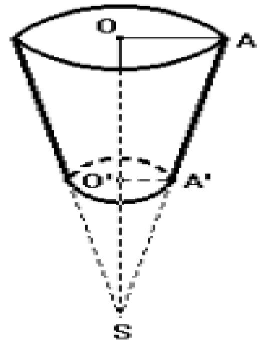
On se propose de calculer le volume d'un seau d'eau qui a la forme d'un tronc de cône de révolution. (Voir schéma). On donne $OS = 2\sqrt{13}$; OA = 2a, a étant un nombre positif, et O' milieu de [OS].
1. Calculer O'A' en fonction de a.

2. On prend $a = \sqrt{3}$ pour la suite et pour unité le décimètre.

a. Calculer le volume du cône initial.

b. Calculer le volume du cône réduit et en déduire celui du seau.

3. On donne $\pi = 3{,}14$ et $\sqrt{13} = 3{,}6$. Préciser à 10^{-2} près, la valeur du volume du seau.



EXAMEN DU B.F.E.M. - SESSION DE JUILLET 2001

I. / ACTIVITES GEOMETRIQUES

Exercice 1

Trace un demi-cercle de centre O et de diamètre [AB] ; AB = 10 cm ; marque le point D situé à 4 cm de A, sur [AB]. La droite perpendiculaire à (AB) en D coupe le demi-cercle en E.

1. Démontre que AEB est un triangle rectangle.

2. En déduire que $2\ DE^2 = AB^2 - AD^2 - DB^2$.

3. On considère les deux demi-cercles de diamètres respectifs [AD] et [DB] et intérieurs au demi-cercle de diamètre [AB]. Démontre que l'aire du domaine limité par les contours des 3 demi-cercles ci- dessus est égale à l'aire du disque de diamètre [DE].

Exercice N°2

Dans le plan muni d'un repère orthonormal (O ; I ; J) on donne A (−2 ; 1) ; B (4 ; 3) ; C (−1 ; y).

1. Calcule y pour que les vecteurs AB et AC soient orthogonaux.

Dans la suite du problème, on prendra l'ordonnée de C égale à (−2).

2. Calcule les coordonnées du point D symétrique de A par rapport au milieu I de [BC].

3. Démontre que ABDC est un rectangle.

4. Montre que les points A ; B ; D et C sont situés sur un même cercle dont on précisera le centre et calculera le rayon.

5. Soit u (1 ; 7). Calcule les coordonnées du point E image de A par la translation de vecteur u.

6. Démontre que AEI est un triangle rectangle puis déduis-en la position de la droite (AE) par rapport au cercle sur lequel se trouvent A, B, C et D.

7. Etablis une équation réduite de (AE).

II. / ACTIVITES NUMERIQUES

On donne les expressions : $P = \left[\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)+1\right]\left[\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)-1\right]$ et $q = \dfrac{1}{1+\sqrt{2}}$

1. Calcule P puis rends rationnel le dénominateur de q.

2. Montre que $\dfrac{p+q^2}{p-2q} \in \mathbb{D}$

3. Résous l'équation $px^2 + q^2 - 3 = 0$.

EXAMEN DU B.F.E.M. - SESSION DE JUILLET 2002

I. / ACTIVITES NUMERIQUES

Exercice I.

Un conseil régional, voulant octroyer 50 bourses annuelles aux meilleurs élèves des classes de troisième de sa localité, organise un concours à cet effet. Le montant de la bourse dépend de la note obtenue, laquelle varie de 0 à 20. Ce montant est fixé au maximum à 30 000 F.

Le tableau ci-dessous résulte de la représentation de la série par un diagramme circulaire.

Notes obtenues	$[10;12[$	$[12;14[$	$[14;16[$	$[16;18[$	$[18;20[$
Montant de la bourse	10.000 F	15.000 F	20.000 F	25.000 F	30.000 F
Angles (en degrés)	108°	93,6°	A°	50,4°	36°

1. Calculer l’angle manquant A.
2. Calculer les effectifs associés aux différents intervalles.
3. Calculer la valeur moyenne des bourses attribuées.
4. a. Quel est le nombre d’élèves qui ont une note au moins égale à 12 ? En déduire le pourcentage correspondant.

b. Quel est le nombre d’élèves qui ont une bourse au plus égale à 25 000 F ?

5. a. Construire le polygone des fréquences cumulées croissantes (exprimer les fréquences en pourcentages).

b. Déterminer la note médiane (en utilisant le Théorème de Thalès).

Exercice II.

1. Développer et réduire l’expression $M = 4(x-1)^2 - (x-5)^2$
2. Factoriser l’expression $N = x^2 + 9 - 6x - (3 - x)(2x + 1)$.
3. Déterminer les valeurs de x pour lesquelles on a $M \leq N$ puis représenter graphiquement l’ensemble de ces valeurs de x.

II. ACTIVITES GEOMETRIQUES

1. Construire un triangle ABC tel que AB = 4 cm ; AC = 3cm ; BC = 5 cm.
2. Démontrer que le triangle ABC est rectangle.
3. Dans le demi-plan de frontière (BC) ne contenant pas le point A, construire le point D tel que BCD soit un triangle équilatéral. Soit I le projeté orthogonal du point D sur la droite (BC).

a. Calculer DI.

b. Calculer l’aire du triangle BCD.

4. Le cercle de diamètre [BC] coupe [BD] en un point M. Démontrer que M est le milieu de [BD].
5. Soit E le symétrique de I par rapport an point B et (Δ) la perpendiculaire à (BC) passant par E.

La droite (CM) coupe la droite (ID) en H et la droite (Δ) en F.

Démontrer que $CH = \frac{5\sqrt{3}}{3}$ puis calculer CF.

EXAMEN DU B.F.E.M. - SESSION DE JUILLET 2003

I. - ACTIVITES NUMERIQUES

Exercice 1.

On considère les expressions suivantes : $H(x) = 4(x+\sqrt{3})^2 - 4\sqrt{3}(x+\sqrt{3}) + 3$ et $G(x) = (2x+\sqrt{3})^2$

1. Développer, réduire et ordonner H (x) et G (x).
2. En déduire une factorisation de H (x).
3. On pose $Q(x) = \sqrt{H(x)}$

a. Résoudre l’équation $Q(x) = 2\sqrt{3}$

b. Dans un repère orthonormal (o , i, j) , représenter Q.

Exercice 2.

Le tableau ci-dessous est la répartition des notes de mathématiques lors d'un test de niveau où la note moyenne est 12,5.

Notes sur 20	6	8	9	12	15	x
Nombre d'élèves	6	9	15	9	15	18

1. Calculer x, la meilleure note attribuée lors de ce test.
2. Combien d'élèves ont une note au moins égale à 12 ?
3. Quel est le pourcentage des élèves qui ont au plus 15 ?
4. Déterminer la note médiane.
5. Construire le diagramme circulaire de la série.

II. - ACTIVITES GEOMETRIQUES

Exercice 1.

Un entrepreneur des travaux publics doit aménager le long des allées d'une avenue des bancs en béton. Il hésite entre deux modèles :

- le modèle 1 a la forme d'un tronc de cône de révolution dont les bases parallèles ont des rayons respectifs : 20cm et 10cm
- le modèle 2 a la forme d'un tronc de pyramide dont les bases parallèles sont des carrés de côtés respectifs 40cm et 20cm.

Les deux modèles ont une hauteur de 50 cm.

1. Représenter chaque modèle.
2. Sachant que le modèle le moins volumineux est le plus économique pour l'entrepreneur, aidez-le à faire le bon choix.

Exercice 2.

On considère un triangle ABC tel que AB = 5 cm ; AC = 6 cm et BC = 7 cm. Soit I le milieu de [BC].

1. Construire G, le centre de gravité du triangle ABC.
2. Sachant que $GA + GB + GC = 0$, démontrer que pour tout M du plan, on a: $MA + MB + MC = 3MG$

EXAMEN DU B.F.E.M. - SESSION DE JUILLET 2004

ACTIVITES NUMERIQUES

Problème

1. Pour organiser une colonie de vacances pour les 50 enfants de ses employés, une société établie à Dakar lance un appel d'offre auquel 3 agences de transport A, B et C ont soumissionné :

- l'agence A réclame pour chacun de ses cars un forfait de 30000 F et 500 F pour chaque kilomètre parcouru.
- l'agence B réclame pour chacun de ses cars un forfait de 40000 F et 300 F pour chaque kilomètre parcouru.
- l'agence C réclame 64000 F pour chacun de ses cars.

a. Etablir la relation exprimant la somme y à payer en fonction du nombre x de km parcourus pour chacune des 3 agences.

b. Dans un même repère orthonormal (1 cm pour 10 km en abscisses et 1 cm pour 10000 F en ordonnées), représenter graphiquement les 3 relations précédemment obtenues.

c. Déterminer graphiquement sur quelle longueur de trajet :

- l'agence A réclame plus que l'agence B.
- l'agence A et l'agence C réclament la même somme.
- l'agence B réclame moins que l'agence C.

2. Les enfants sont répartis en deux groupes :

- le premier groupe va à Thiès, ville distance 70 km de Dakar.
- le deuxième groupe va à Kaolack, ville distante de 192 km de Dakar.

a. Indiquer sur chacun de ces deux trajets l'agence la moins chère qui sera retenue.
b. Quelle est l'agence qui n'aura aucune part de ce marché ? Pourquoi ?
3. Deux cars sont prévus pour le voyage sur Kaolack et cinq cars pour le voyage sur Thiès.
Si chacun des enfants du premier groupe verse 5000 F et chacun des enfants du deuxième groupe verse 3000 F, alors la société devra compléter pour 223 000 F pour couvrir les frais de transport.
Quel est le nombre d'enfants qui composent chaque groupe ?

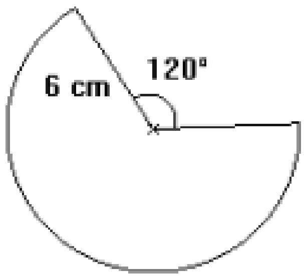
ACTIVITES GEOMETRIQUES

Exercice I

1. Tracer un demi-cercle C de centre O et de diamètre [AB] tel que AB = 2 r.
Soit M un point du demi-cercle C, plus proche de B que de A. Quelle est la nature du triangle AMB ? Justifier.
2. Soient a et b les mesures respectives en °C de BAM et de BOM. C le pied de la hauteur du triangle AMB issue de M.
a. Donner deux expressions différentes de cos a.
b. En déduire que : $AC = AM \times \cos a$ et $AM^2 = AB \times AC$
c. On sait que AC = AO+OC. Exprimer OC en fonction de cos b. En déduire que $AC = r(1 + \cos b)$
d. Déduire des questions précédentes que $\cos^2 a = \dfrac{1+\cos b}{2}$

Exercice II

La figure ci-dessous représente le patron de la partie latérale d'un cône de révolution.



1. Montre que le rayon de sa base est 4 cm et que sa hauteur h mesure : $h = 2\sqrt{5}$ cm .
2. Calculer son volume.

EXAMEN DU B.F.E.M. - SESSION DE JUILLET 2005

Exercice 1

On donne les expressions suivantes :
$f(x) = (3x - 5)^2 - (2x - 1)^2$
$g(x) = x^2 + (2x + 1)(5 - x) - 25$
1. Développer, réduire et ordonner f (x) et g (x).
2. Factoriser f (x) et g (x).
3. Soit $h(x) = \dfrac{(x-4)(5x-6)}{(5-x)(x-4)}$
a. Donner la condition d'existence de h(x), puis simplifier h (x).
b. Résoudre dans IR l'équation $|h(x)| = 2$

Exercice 2

Le gérant d'un cybercafé propose à ses clients deux types d'options :
Option 1 : 150 F par heure d'utilisation (navigation) avec un abonnement mensuel de 3 000 F.
Option 2 : 350 F l'heure d'utilisation sans abonnement.
1. En notant x le nombre d'heures de navigation mensuelle, $p_1(x)$ et $p_2(x)$ les prix en francs correspondant respectivement aux options 1 et 2, montrer que $p_1(x) = 150x + 3\,000$ et $p_2(x) = 350x$.

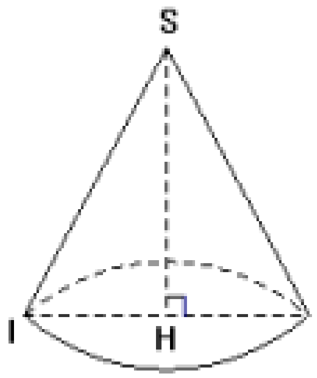
2. Dans un même R.O.N. construire les représentations graphiques des applications affines p_1 et p_2 :
On prendra : 1 cm pour 1 000 F sur l'axe des ordonnées ; 1 cm pour 2 h sur l'axe des abscisses.
3. Déterminer graphiquement dans quel intervalle de temps l'option 1 est plus avantageuse que l'option 2 et retrouver cet intervalle par le calcul.

Exercice 3

1.a. Construire un cercle (C) de centre I et de rayon 4 cm. A et B sont deux points de (C) diamétralement opposés.
b. Placer un point M sur (C) tel que AM = 4 cm.
c. En déduire la mesure de l'angle BIM.
2. K est le point d'intersection de la perpendiculaire à (AB) passant par I et la droite (AM).
a. Justifier que AMB est un triangle rectangle.
b. En remarquant que cos KAI, calculer AK et KI.
3. Le point H est le projeté orthogonal de M sur (AB) :
a. Calculer cos B de deux manières différentes.
b. Exprimer BH en fonction de cos B puis démontrer que $BH = \frac{BM^2}{AB}$
La parallèle à (IM) passant par E coupe le segment [AI] en F. Quelle est la nature du triangle AEF ?

Exercice 4

Le chapeau d'un berger a la forme d'un cône de révolution de sommet S (voir figure ci-contre).
H est le centre du disque de base ; IH = 10 cm et SH = 10 cm.
1. Calculer le volume de ce cône.
2. Le berger recouvre son chapeau extérieurement d'un papier de décoration vendu par feuille carrée de 10 cm de côté et à 1000 F la feuille. Calculer la dépense minimale.



EXAMEN DU B.F.E.M.-2006 –PREMIER GROUPE – JUILLET

Exercice 1

On donne les expressions :

$f(x) = (3x-1)^2 - (1-3x)(x-6)$

$g(x) = 3(9x^2 - 1) + (x-1)(3x-1) - 2x + 6x^2$

1. Développe, réduis et ordonne f (x) et g (x).
2. Factorise f (x) et g (x).
3. Calcule g ($\sqrt{3}$) puis l'encadrer à 10^{-2} près sachant que $1{,}732 < \sqrt{3} < 1{,}733$.
4. Montre que l'application h définie sur IR par : $h(x) = f(x) - (12x^2 - 27x + 4)$ est une application affine puis indique en le justifiant, son sens de variation.
5. Représente graphiquement dans un repère orthonormal l'application q définie par $q(x) = |2x + 3|$

Exercice 2

Pour préparer une « opération Tabaski », un éleveur pèse ses 30 moutons afin de les répartir par catégories de poids, en 4 classes de poids, d'amplitude 4 kg, qu'il désigne respectivement par : « 4^e choix », « 3^e choix », « 2^e choix », « 1er choix ».

Le relevé ci-dessous donne le poids en kilogramme des moutons pesés.

50 - 52 - 52,5 - 54,5 - 52 - 59 - 58 - 55 - 55,5- 56- 55 - 55 - 57 - 58 - 58,5

60 - 60,5 - 65 - 63 – 60-61 - 65 - 64 - 65 - 55 - 59 - 58 - 59 - 59,5 - 65.

1. Donne les classes de cette répartition sachant que la borne inférieure de la première classe est 50.
2. Dresse le tableau des effectifs de la série groupée en classes obtenue. Détermine la classe médiane.
3. On suppose dans la suite que le tableau des effectifs obtenu est :

	4ème choix	3ème choix	2ème choix	1er choix
Classes	$[50;54[$	$[54;58[$	$[58;62[$	$[62;66[$
Nombres de moutons : effectifs	4	8	12	6

Dessine le diagramme circulaire de cette série.

4. Un mouton « 1er choix » est vendu à 70000 F, un mouton « 2^e choix » 65000 F et un mouton « 4^e choix » 52500 F. A combien un mouton « 3^e choix » devra-t-il être vendu pour que le prix de vente moyen des moutons soit 62 000 F une fois que les moutons seront tous vendus aux prix indiqués.

Exercice 3

Dans le plan muni d'un R.O.N. on donne les points A $(-2 ; 1)$; B $(4 ; 1)$ et C $(1 ; 7)$. unité = 1 cm.

1. Calcule AC et BC puis déduis – en que C appartient à la médiatrice (Δ) de [AB].
2. Détermine l'équation réduite de (Δ).
3. Détermine l'abscisse x_E du point E de (Δ) d'ordonnée -5 puis l'abscisse x_F du point F de (Δ) d'ordonnées 8. Que constates-tu ?
4. a. Calcule les coordonnées du point G milieu de [AB].

b. Justifie que le quadrilatère ACBE est un losange.

5. Calcule la tangente de ACE puis donne sa mesure en degré à 10^{-1} près par défaut.

Exercice 4

L'unité de longueur est le cm. ACBE est un losange tel que : CE = 12 et AB = 6.

1. Représente ACBE en dimensions réelles.
2. S est un point n'appartenant pas au plan contenant ce losange tel que SABC soit un tétraèdre de hauteur [SB] avec SB = 8.

a. Calcule SA et SC. On remarquera que $(SB)\perp(AB)$ et $(SB)\perp(BC)$

b. Montre que l'aire de ABC est égale à 18 cm^2

c. Calcule le volume du tétraèdre SABC.

EXAMEN DU B.F.E.M.-2007 - 1er GROUPE – JUILLET

Exercice 1

On considère les expressions f(x) et g(x) suivantes :

$f(x) = (3x-2)^2 - 3x + 2$ et $g(x) = (2x+3)^2 - (x+4)^2$

1. Développer, réduire et ordonner f(x).
2. Factoriser f(x) et g(x).
3. On pose $h(x) = \dfrac{(3x-3)(3x-2)}{(x-1)(3x+7)}$

a. Dites pourquoi on ne peut pas calculer h(1).

Quels sont les réels x pour lesquels on ne peut pas calculer h(x) ?

b. Ecrire le nombre $A = \dfrac{9\sqrt{2}-6}{3\sqrt{2}+7}$ sous la forme $a\sqrt{2}+b$ où a et b sont des nombres rationnels.

Exercice 2

Le tableau ci-dessous donne la répartition des joueurs d'une équipe de foot, selon la taille en mètres :

Tailles en mètres	$[1,65 ; 1,75[$	$[1,75 ; 1,85[$	$[1,85 ; 1,95[$	$[1,95 ; 2,05[$
Effectifs	6	15	20	9

1. Recopier puis compléter le tableau ci-dessus en y faisant figurer : les effectifs cumulés décroissants, les fréquences en pourcentages et les fréquences cumulées croissantes.
2. Combien de joueurs ont une taille au moins égale à 1,75 m ?
3. Donner la taille moyenne dans cette équipe au centimètre près par défaut.
4. Indiquer la classe modale de cette série statistique.

Exercice 3

1. Soit un cercle (C) de centre O et de rayon 4 cm et [AD] un de ses diamètres.
a. D'un côté de la droite (AD), construire le point G tel que le triangle ADG soit équilatéral.
b. De l'autre côté de la droite (AD), placer le point B du cercle (C), tel que AB = 4 cm.
2. Démontrer que le triangle OAB est équilatéral.
3. Justifier que les angles OAB et ADG sont égaux puis en déduire la position relative des droites (AB) et (DG).
4. La droite (BG) coupe [AD] en I et (C) en J.
a. En utilisant le théorème de Thalès justifier que IA /ID = 1/2
b. Calculer la mesure de l'angle AJB.

Exercice 4

Un flacon de parfum rempli au 4/5 a la forme d'un cône de révolution dont le rayon du disque de base est 4 cm et la hauteur 10 cm. Le flacon de parfum coûte 13800 F.
1. Calculer le volume de parfum dans le flacon.
2. Sachant que l'emballage coûte 1000 F, combien coûte 1 cm^3 de ce parfum ? On prendra $\pi = 3$.

EXAMEN DU B.F.E.M.-2008 – PREMIER GROUPE – JUILLET

Exercice 1

Nombre de jours à l'hôtel	2	3	4	5	6
Effectifs cumulés décroissants	180	90	50	20	15

Le tableau statistique ci-dessus est réalisé par la direction commerciale d'un hôtel qui a reçu des invités lors du dernier sommet de l'O.C.I. organisé à Dakar.
1. Quelle est la population étudiée ?
2. Indique le caractère étudié puis précise sa nature.
3. Détermine la médiane de cette série.
4. a. Calcule le pourcentage des invités qui ont passé au moins 3 jours à moins 3 jours à l'hôtel.
b. Calcule le nombre d'invités qui ont passé moins de 4 jours à l'hôtel.
c. Quel est le nombre d'invités qui ont passé plus de 4 jours à l'hôtel ?
5. Construis le diagramme circulaire des effectifs de cette série.

Exercice 2

On donne $a = \sqrt{7 + 4\sqrt{3}}$ et $b = \sqrt{7 - 4\sqrt{3}}$
1. Calcule a^2, b^2 et $a \times b$.
2. Calcule $(a + b)^2$ et $(a - b)^2$.
3. Justifie que $a + b = 4$ et $a - b = 2\sqrt{3}$.

Exercice 3

Dans le plan muni d'un repère orthonormal (O, I, J), on donne les droites (D) et (D') telles que :
(D) : $x - y + 1 = 0$ et (D') : $x + y + 3 = 0$.

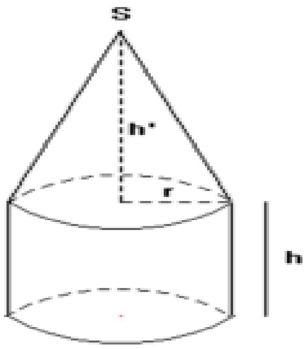
1. Justifie que (D) est perpendiculaire à (D').
2. Trouve les coordonnées du point d'intersection A de (D) et (D').
3. Soit B (0 ; −5). Construis le pt E image de B par la symétrie orthogonale d'axe (D') suivie de celle d'axe (D).
4. Trouver les coordonnées de E.

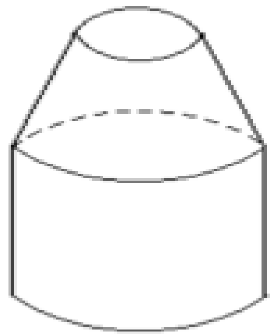
Exercice 4

Un réservoir est constitué d'un cylindre de rayon de base r et de hauteur h et d'un cône de révolution de même rayon de base et de hauteur $h' = \frac{3}{2}h$ (Voir la figure ci-contre).

1. Montrer que le volume du cylindre est le double de celui du cône.
2. Dans la suite on donne r = 4m.
3. a. Calculer la hauteur h' du cône pour que le volume du réservoir soit de 528 m

b. Pour créer une ouverture du réservoir on coupe le cône à mi-hauteur parallèlement au plan de sa base (le cône réduit est ainsi enlevé). On obtient un réservoir ayant la forme indiquée par la figure ci-dessous : Calculer le volume restant du réservoir. (On prendra $\boldsymbol{\pi} = \frac{22}{7}$)





EXAMEN DU B.F.E.M.-2009 – PREMIER GROUPE – JUILLET

Exercice 1

SABCD est une pyramide régulière dont la base est un carré de 240 cm de côté.

1. On coupe cette pyramide par un plan parallèle à sa base. Le tronc de pyramide obtenu (la partie différente de la réduction) est un récipient de 30 cm de profondeur et dont l'ouverture est un carré de 80 cm de côté.

a. Montre que la hauteur de la pyramide initiale SABCD est de 45cm et que celle de la pyramide réduite est 15cm.

b. Calcule le volume de ce récipient.

2. Les faces latérales de ce récipient sont des trapèzes de mêmes dimensions.

a. Montre que la hauteur de ces trapèzes est $10\sqrt{73}$ cm.

b. Calcule l'aire latérale de ce récipient.

Exercice 2

1ère Partie : Le tableau ci-dessous donne la répartition de notes d'élèves obtenues lors d'un examen.

Notes	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
Effectifs	2	1	1	2	3	2	4	6	7	6	5	3	2	3	2	1
Effectif Cum. Crois. (ECC)	2	3	4	6	9	11	15	21	28	34	39	42	44	47	49	50
Effectif Cum. Décrois. (ECD)	50	48	47	46	44	41	39	35	29	22	16	11	8	6	3	1
Fréquences en %	4	2	2	4	6	4	8	12	14	12	10	6	4	6	4	2
Fréquences Cum. Crois en %	4	6	8	12	18	22	30	42	56	68	78	84	88	94	98	100

1. Que représente chacun des nombres ci-dessous :

a. **3**, effectif de la modalité **6** ?

b. **15**, effectif cumulé croissant de la modalité **8** ?
c. **46**, effectif cumulé décroissant de la modalité **5** ?
d. **98**, fréquence cumulée croissante en % de la modalité **16** ?
2. Déduis de ce tableau le pourcentage des élèves qui ont moins de 14.

2eme Partie : On groupe les notes précédentes en classes d'amplitudes 4 dans le tableau ci-dessous.

Notes	$[0;4[$	$[4;8[$	$[8;12[$	$[12;16[$	$[16;20[$
Effectifs					
Effectifs Cum. Crois					

1. Recopie et complète le tableau.
2. Construis l'histogramme des effectifs cumulés croissants.
3. Calcule la moyenne des notes obtenues par ces élèves.

Exercice 3

On donne les réels $a = 2 - \frac{3\sqrt{2}}{2}$ et $b = \frac{1}{3\sqrt{2}+4}$

1. Montre que les nombres a et b sont opposés.
2. Soit $A = \sqrt{(1-2\sqrt{2})^2} + (\sqrt{2}-2)^2 - \sqrt{18}$

Montre que $A = 5 - 5\sqrt{2}$ puis encadre-le à 10^{-2} près sachant que $1{,}414 < \sqrt{2} < 1{,}415$

3. On donne $f(x) = 5x^2 - 20 + (-3x+6)(4x+3)$

a. Montre que $f(x) = (x-2)(1-7x)$

b. Résous dans IR l'inéquation : $f(x) \leq 0$.

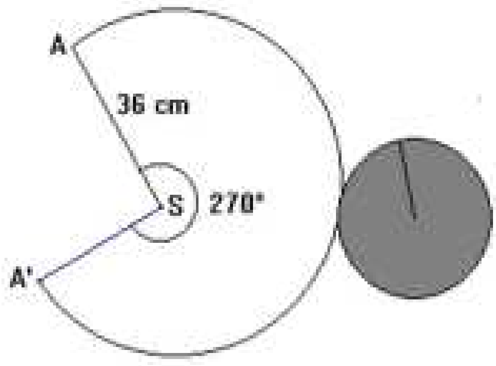
Exercice 4

Dans le plan muni d'un repère orthonormal, on donne les points A (5 ; 0), B (6 ; 2) et C (2 ; 4).
1. Montre que le triangle ABC est rectangle en B.
2. Construis le point D tel que BD = AB, puis calcule ses coordonnées.
3. Construis le point E symétrique de C par rapport à B, puis calcule ses coordonnées.
4. Justifie que le quadrilatère ACDE est un losange.
5. Soit F (12 ; 4) ; justifie que F est l'image de E par la translation de vecteur AD.

EXAMEN DU B.F.E.M.-2010 – PREMIER GROUPE – JUILLET

Exercice 1

Le schéma ci-contre représente le patron d'un cône de révolution de sommet S, de rayon de base r. La génératrice [SA] a pour longueur 36 cm.
1. Justifie que la circonférence de sa base mesure 54π cm.
2. Montre que son rayon, de base r vaut 27 cm.
3. Justifie que la hauteur de ce cône est égale à 9 7 cm.
4. Calcule l'aire de la surface totale de ce cône. On prendra π = 3,14



Exercice 2

ABC est un triangle rectangle en A tel que : AB + AC + BC = 72 cm et 4AB = 3AC.

1. Sans calculer les longueurs des côtés du triangle ABC, montre que :

a. 7AB + 3BC = 216 cm

b. 3BC − 5AB = 0.

2. En utilisant les résultats de la question 1°), calcule AB et BC ; déduis-en AC.

Exercice 3

Un commerçant fixe le prix de vente de chacun de ses articles en prévoyant un bénéfice de 25% sur le prix d'achat.

Soit x le prix d'achat d'un article et p son prix de vente.

1. Justifie que : $p = \frac{5}{4}x$

2. Calcule le prix de vente d'un article acheté à 400 F.

3. Calcule le prix d'achat d'un article vendu à 1250 F.

4. Représente graphiquement dans un repère orthonormal (O, I, J), où 1cm représente 100 F, l'application qui à x associe p.

5. Détermine graphiquement le prix d'achat d'un article vendu à 750 F.

Exercice 4

On donne l'expression $A(x) = (2x+1)(5x+1) - (4x+2)(x-2)$

1. Développe et réduis A (x).

2. Factorise A (x).

3. Résous dans IR l'inéquation : $(2x+1)(3x+5) \leq 0$.

EXAMEN DU B.F.E.M – 2011 – Premier groupe – Juillet

Exercice 1

On donne les réels $m = 1 - 2\sqrt{3}$; $p = \sqrt{13 - 4\sqrt{3}}$ et $q = \sqrt{13 + 4\sqrt{3}}$

1. Montre que m est négatif.

2. Calcule m^2 puis déduis-en que m et p sont opposés.

3. Encadre m à 10^{-2} près sachant que $1{,}7323 < \sqrt{3} < 1{,}733$

4. Montre que : $p \times q = 11$

Exercice 2

Les lutteurs d'une écurie sont répartis en 5 classes de poids (catégories de poids) d'amplitude 15 kg.

On a les classes suivantes : [80 ; 95[, [95 ; 110[, [110 ; 125[, [125 ; 140[, et [140 ; 155[.

1. Les lutteurs de la classe [95 ; 110[sont au nombre de 6 et représentent 12% de l'effectif de l'écurie.

Montre qu'il y a 50 lutteurs dans cette écurie.

2. L'angle de la représentation de la classe [110 ; 125[dans le diagramme circulaire de la série est 36°

Montre que le nombre de lutteurs de cette classe est 5.

3. La fréquence de la classe [125 ; 140[est 0,3. Vérifie que cette classe compte 15 lutteurs.

4. L'effectif de la classe [140 ; 155[est le tiers de l'effectif de la classe [80 ; 95[.
Montre qu'il y a 6 lutteurs dans la classe [140 ; 155[.
5. Etablis le tableau des effectifs cumulés croissants de cette série puis déduis-en la classe médiane.

Exercice 3

Dans le plan muni d'un repère orthonormal (O, I, J), on considère les droites suivantes :

$(D_1) : y = -x + 1$ et $(D_2) : x - y + 3 = 0$.

1. Démontre que les droites (D_1) et (D_2) sont perpendiculaires.

2. a. Construis les droites (D_1) et (D_2).

b. Justifie par le calcul que le point J appartient à la droite (D_1).

c. On appelle E le Point d'intersection de (D_1) et (D_2). Justifie par le calcul que E a pour couple de coordonnées $(-1 ; 2)$.

d. Calcule la distance EJ.

e. Détermine une équation de la droite (D_3) passant par J et parallèle à (D_2).

f. Quelle est la position relative de (D_3) et (D_1) ? Justifie ta réponse.

Exercice 4

On considère la figure codée ci-dessous :

1. Justifie que le triangle NRM est rectangle.

Dans toute la suite du problème on suppose que : MR = 8 cm et NR = 6 cm.

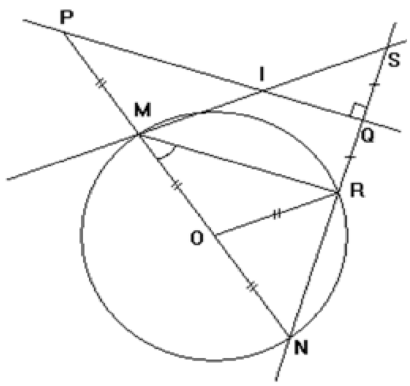
2. Calcule MN.

3. Calcule tan RMN.

4. Démontre que I est le milieu de [MS].

5. Montre que NQ = 9 cm.

6. Démontre que la droite (OR) est parallèle à la droite (MS).



EXAMEN DU B.F.E.M.-2012 –PREMIER GROUPE – JUILLET

Exercice 1

1. Soit $t = \sqrt{45} + \sqrt{196} - \sqrt{180} - \sqrt{245}$. Ecris t sous la forme $a\sqrt{b} + c$, a b et c sont des entiers ; b étant le plus petit entier positif possible.

2. On donne les réels $x = \dfrac{4}{7 + 3\sqrt{5}}$ et $y = 3\sqrt{5} - 7$

a. Ecris x avec un dénominateur rationnel.

b. Justifie que y est négatif.

c. Justifie que : x = - y

d. Encadre x à 10^{-2} près sachant que $2,236 < \sqrt{5} < 2,237$.

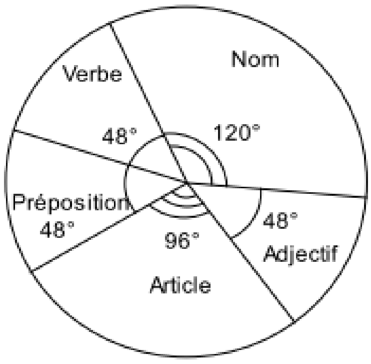
e. On pose Justifie que $z = (x - y)^2$. Justifie que $\sqrt{z} = -2y$

Exercice 2

« Le Sénégal vient d'administrer une belle leçon de démocratie à la face du monde par l'organisation d'élection présidentielle incontestée. Le vaincu reconnait sa défaite, félicite le vainqueur ».

Une étude statistique portant sur les 30 mots de ce texte (un mot quelconque est considéré autant de fois qu'il apparait dans le texte), a donné le diagramme circulaire ci-dessous :

1. Lequel des caractères ci-dessous est celui qui est étudié :
• Longueur des mots
• Nature grammaticale des mots
• le Genre grammatical des mots ?
2. Indique la nature de ce caractère.
3. Indique les modalités de ce caractère.
4. Dresse le tableau des effectifs de cette série.
5. Construis le diagramme à bandes de cette série.



Exercice 3

1. Construis un triangle MON rectangle en N tel que MN = 7,5 cm et MON = 30°.

2. Calcule NO et MO.

3. Soit I le pied de la hauteur issue de N, calcule NI.

4. La droite passant par M et parallèle à la droite (NI) coupe la droite (ON) en T. Calcule MT.

5. Soit E le centre du cercle circonscrit au triangle MOT ; démontre que MET est un triangle équilatéral.

Exercice 4

Dans le plan muni d'un repère orthonormal (O, I, J), on donne les points suivants :

A (2 ; -1), B (-3 ; 2) et C (0 ; 7)

1. Démontre que les vecteurs AB et BC sont orthogonaux.

2. Calcule les coordonnées du point E tel que ABEC soit un parallélogramme.

3. Soit F l'image de B par la translation de vecteur CE. Calcule les coordonnées de F.

4. Justifie que B est le milieu de [AF].

FIN DES SUJETS DE MATHEMATIQUES